

MODELE PROBABILISTYCZNE OPADÓW  
MAKSYMALNYCH O OKREŚLONYM CZASIE TRWANIA  
I PRAWDOPODOBIEŃSTWIE PRZEWYŻSZENIA -  
PROJEKT PMAxTP



pod redakcją  
BOGDANA OZGA-ZIELIŃSKIEGO

# MODELE PROBABILISTYCZNE OPADÓW MAKSYMALNYCH O OKREŚLONYM CZASIE TRWANIA I PRAWDOPODOBIENSTWIE PRZEWYŻSZENIA – PROJEKT PMAJTP

pod redakcją  
Bogdana Ozga-Zielińskiego

Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej  
Państwowy Instytut Badawczy

Warszawa 2022



SERIA PUBLIKACJI NAUKOWO-BADAWCZYCH IMGW-PIB

**MODELE PROBABILISTYCZNE OPADÓW MAKSYMALNYCH  
O OKREŚLONYM CZASIE TRWANIA  
I PRAWDOPODOBIENSTWIE PRZEWYŻSZENIA – PROJEKT PMAxTP**

**Kierownik projektu**

Bogdan Ozga-Zieliński

**Zespół autorów**

Wojciech Bisaga, Monika Bryła, Bartosz Kaźmierczak, Rafał Kielar, Michał Kitowski,  
Michał Marosz, Bartosz Miętek, Bogdan Ozga-Zieliński, Tamara Tokarczyk,  
Tomasz Walczykiewicz, Mateusz Żelazny

**Recenzent**

Andrzej Kotowski

**Opracowanie redakcyjne**

Rafał Stepnowski

**Opracowanie graficzne i techniczne**

Michał Seredin

**ISBN: 978-83-64979-48-4**

**Wydawca**

Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowy Instytut Badawczy  
01-673 Warszawa, ul. Podleśna 61, E. content@imgw.pl

**Redaktor Wydawniczy/Publishing Editor**

Rafał Stepnowski, E. rafal.stepnowski@imgw.pl

## PRZEDMOWA

Opady atmosferyczne są nieodzownym elementem ziemskiego klimatu. Ich charakter wpływa na warunki rozwoju określonej flory i fauny oraz w znacznej mierze kształtuje sieć wód powierzchniowych (rzek i jezior). Zasoby wodne – zarówno w ujęciu ilościowym, jak i jakościowym – są podstawowym czynnikiem rozwoju cywilizacyjnego. Z historycznego punktu widzenia można je z pewnością zaliczyć do grupy tych podstawowych czynników, które sprzyjały osadnictwu, powstawaniu miast, rozwojowi rolnictwa i handlu oraz umożliwiły wyodrębnienie się organizacji państwowych.

Negatywne skutki nadmiaru opadów atmosferycznych lub ich niedoboru mogą być odczuwalne na znacznym obszarze oraz w różnych skalach czasowych. Długotrwałe opady deszczu często prowadzą do powstania powodzi o dużym zasięgu, których dynamika, a w konsekwencji także skala wyrządzonych strat, zależą zarówno od charakteru opadów, jak również cech morfometrycznych obszaru, na którym opady te wystąpiły oraz jego stopnia zagospodarowania i sposobu wykorzystania. Z kolei opady krótkotrwałe, mimo że stwarzają zagrożenie na zdecydowanie mniejszym obszarze, mogą prowadzić do powstania tzw. powodzi szybkich, których dynamika jest istotnie odmienna od powodzi o dużym zasięgu zazwyczaj odrzecznych. Skutki powodzi szybkich mogą być dużo poważniejsze, gdyż czas potrzebny na reakcję zarówno ludności zamieszkującej zagrożony obszar, jak i stosownych służb jest zdecydowanie krótszy. Potencjalne straty rosną, jeżeli opad o znacznym natężeniu wystąpi w obrębie aglomeracji lub na obszarze intensywnej działalności gospodarczej.

Zagrożenia związane z opadami atmosferycznymi są znane od zarania ludzkości. Dlatego wraz z uruchomieniem regularnych pomiarów meteorologicznych szukano również możliwości rejestracji natężenia opadów, poprzez pomiar ich wysokości w określonych, stałych interwałach czasowych. Pierwsze urządzenia, wyposażone w system graficznego zapisu w połączeniu z systemem pomiaru czasu, mimo że niedoskonałe, pozwalały zdobyć podstawową wiedzę i tworzyć klasyfikacje opadów pod względem ich natężenia. Dziś, dzięki postępowi technologicznemu, dysponujemy instrumentami, które w sposób ciągły rejestrują zmiany wysokości opadów atmosferycznych i przekazują te informacje w czasie rzeczywistym. To z kolei pozwala określić wręcz chwilowe wartości intensywności opadów tj. natężenia.

Postępujący proces globalnego ocieplenia w różnym stopniu modyfikuje klimat pluwialny poszczególnych regionów kuli ziemskiej. W przypadku Polski zmiany te są niestety niekorzystne. Roczna suma opadów kształtuje się obecnie w naszym kraju w zakresie od ok. -7% do +7% w stosunku do dekady lat 50. XX wieku, co w połączeniu z istotnym wzrostem wartości temperatury powietrza wskazuje na wzmagający się problem ilościowej utraty zasobów wodnych. Jednocześnie coraz częstsze stają się epizody krótkotrwałych i bardzo wydajnych opadów na małych obszarach, które powodują szybkie wezbrania; nierzadko zdarzenia te mają miejsce w obrębie aglomeracji, na terenach silnie zurbanizowanych i uprzemysłowionych, przez co powstałe wówczas straty bywają olbrzymie. Ponieważ 6. Raport II Grupy Roboczej IPCC wskazuje zarówno na intensyfikację częstości występowania opadów wysokowydajnych, jak i wzrost ich natężenia, to należy liczyć się z tym, że problem ten będzie się na obszarze Polski pogłębiał.

W świetle powyższych faktów konieczne jest okresowe uaktualnianie danych o skali zagrożenia wynikającego z występowania wspomnianych opadów. „Modele probabilistyczne opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia – projekt PMAxTP” to odpowiedź Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego na zagrożenia wynikające ze współczesnej zmiany klimatu. Efektem tych prac są konkretne dane, które mogą być wykorzystane w procesach adaptacyjnych, w tym projektowych, prowadzących do wzrostu odporności konkretnych obszarów na skutki, jakie mogą spowodować opady. Projekt został zrealizowany przez zespół specjalistów z obszaru hydrologii, statystyki, klimatologii i technologii informa-

tycznych. Wierzę, że oddawana do rąk czytelnika monografia, wraz z powstałym na podstawie projektu serwisem internetowym, stanie się cennym i przydatnym narzędziem dla zróżnicowanej grupy odbiorców.

*prof. dr hab. Mirosław Miętus  
Zastępca Dyrektora IMGW-PIB  
Dyrektor Centrum Badań i Rozwoju IMGW-PIB*

## SPIS TREŚCI

<b>1. WPROWADZENIE</b> .....	7
<b>2. DANE POMIAROWE</b> .....	11
2.1. Przygotowanie ciągów pomiarowych opadów maksymalnych .....	11
2.2. Badanie jednorodności ciągów pomiarowych opadów maksymalnych .....	13
2.3. Weryfikacja ciągów pomiarowych opadów maksymalnych.....	14
<b>3. DOBÓR MODELI PROBABILISTYCZNYCH DLA PUNKTÓW POMIAROWYCH OPADÓW MAKSYMALNYCH – ESTYMACJA PUNKTOWA</b> .....	29
3.1. Wstęp .....	29
3.2. Wybór modeli probabilistycznych opadów maksymalnych.....	29
3.3. Estymacja parametrów rozkładów prawdopodobieństwa i wybór najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa .....	30
3.4. Weryfikacja najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa .....	31
3.5. Korekta charakterystyk probabilistycznych opadów maksymalnych .....	32
3.6. Prezentacja charakterystyk probabilistycznych opadów maksymalnych .....	36
3.7. Opis programu PMAxTP .....	41
<b>4. OPRAWOWANIE MAP ROZKŁADU OBSZAROWEGO CHARAKTERYSTYK PROBABILISTYCZNYCH OPADÓW MAKSYMALNYCH – ESTYMACJA OBSZAROWA</b> ....	43
<b>5. PLATFORMA INFORMATYCZNA UDOSTĘPNIANIA CHARAKTERYSTYK OPADÓW MAKSYMALNYCH O OKREŚLONYM CZASIE TRWANIA I PRAWDOPODOBIEŃSTWIE PRZEWYŻSZENIA</b> .....	47
5.1. Prezentacja wyników obliczeń – panel użytkownika aplikacji.....	47
5.2. Nawigacja.....	48
5.3. Legenda – dynamiczna skala barwna.....	48
5.4. Prezentacja wyników w dowolnym punkcie na mapie – tabele / wykres natężenia opadu .....	49
5.5. Wykorzystana technologia.....	50
<b>6. PODSUMOWANIE</b> .....	51
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	52



## 1. WPROWADZENIE

W 2021 roku w Instytucie Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowym Instytucie Badawczym (IMGW-PIB) podjęto prace nad stworzeniem modeli probabilistycznych opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia  $P_{\max}(t,p)$  dla potrzeb praktyki inżynierskiej, wykonywania ekspertyz oraz przygotowania informacji o charakterystykach opadu do realizacji atlasu hydrologicznego Polski. W związku z powyższym uruchomiono projekt badawczy pod akronimem PMAXTP (ang. *Precipitation MAXimum Time (duration) Probability*), finansowany ze środków IMGW-PIB. Projekt realizowany był przez międzyzakładowy zespół badawczy pod kierunkiem dr. hab. inż. Bogdana Ozga-Zielińskiego, prof. IMGW-PIB, składający się z pracowników Zakładu Hydrologii i Inżynierii Zasobów Wodnych (ZHZW) i Zakładu Klimatologii i Meteorologii (ZKM), przy współpracy z Centrum Informatyki (CI). Projekt PMAXTP został zakończony w roku 2022, a co 10 lat przewiduje się aktualizację ujętych w nim danych pomiarowych, a tym samym charakterystyk opadów maksymalnych.

Poprawne oszacowanie charakterystyk opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia  $P_{\max}(t,p)$  jest kluczowe w wielu działaniach inżynierii i gospodarki wodnej. Dotychczasowa praktyka ekspercka IMGW-PIB w zakresie obliczania charakterystyk projektowych opadów maksymalnych prawdopodobnych opierała się na metodzie opracowanej przez E. Bogdanowicz i J. Stachy w roku 1996 na podstawie notowań pluwiograficznych z 20 stacji meteorologicznych z okresu 1960-1990. Metoda ta została opisana w monografii pt. *Maksymalne opady deszczu w Polsce. Charakterystyki projektowe* [Bogdanowicz, Stachy 1998, 2002], w której Autorzy przedstawili modele statystyczne maksymalnych rocznych opadów w czasie  $t$  i zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia  $p$ . Modele te są prostym narzędziem inżynierskim pozwalającym wyznaczać podstawową charakterystykę projektową opadów – maksymalną wydajność w zadanym czasie i o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia – na terenie Polski (bez obszarów górskich, Sudetów i Karpat). Jak wspomniano, dane pochodziły z 20 stacji i posterunków meteorologicznych usytuowanych wzdłuż pasów równoleżnikowych przebiegających od wybrzeża, przez pojezierza, nizinną część kraju od Słubicy do Terespoła, po wyżyny południowe. Nie zajęto się obszarami podgóorskimi i górskimi, gdzie rozwiązanie problemu w skomplikowanych warunkach opadowo-wysokościowych wymagałoby danych z większej liczby punktów pomiarowych. Opracowano sekwencje największych rocznych opadów w czasie 5, 10, 15, 30 minut oraz 1, 2, 3, 6, 12, 18, 24, 36, 48 i 72 godzin. Pod pojęciem największego rocznego opadu rozumiano najwyższą w roku wysokość deszczu spadłego w zadanym czasie. W Polsce opady o dużej wydajności trwają stosunkowo krótko, kilka minut do kilku, najwyżej kilkunastu godzin. Największy roczny opad w czasie dłuższym, np. 72 godziny, jest rozumiany jako największa suma zanotowana w ciągu kolejnych 72 godzin w danym roku i może pochodzić z kilku oddzielnych zjawisk opadowych. Przestrzenną zmienność opadów maksymalnych ilustruje się zazwyczaj za pomocą izohiet eksponujących różnice między wartościami w punktach pomiarowych. Jednak analiza statystyczna serii największych rocznych opadów, skłoniła Autorów do przyjęcia metody polegającej na uogólnieniu informacji zawartej w seriach pomiarowych, a nie na eksponowaniu różnic między charakterystykami opadów w poszczególnych punktach. Jako formę prezentacji danych o największych opadach przyjęto opis regionalny. Regionem opadów maksymalnych w danym czasie nazwano taki spójny obszar, w obrębie którego nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o przynależności serii największych opadów do jednej zbiorowości generalnej. W związku z przyjętą definicją do wyodrębnienia regionów zastosowano hierarchiczną, aglomeracyjną metodę analizy skupień. Przedmiotem skupienia były serie największych rocznych opadów z 20 stacji meteorologicznych, oddzielnie dla wyodrębnionych czasów z przedziału od 5 minut do 72 godzin. W wyniku zastosowania procedury skupiania serii największych rocznych opadów otrzymano trzy skupienia. Skupienie pierwsze – niskich opadów nawalnych – obejmuje serie ze stacji meteorologicznych położonych w północno-



zachodniej części kraju i występuje, gdy czas opadu wynosi 5-60 minut. Skupienie drugie – wysokich opadów rozlewnych – obejmuje trwale południową część kraju przy czasach dłuższych od 12 godzin. Skupienie trzecie obejmuje serie z pozostałych stacji, łącznie z tymi, które przy krótkich czasach należały do skupienia pierwszego i tymi, które przy dłuższych czasach utworzyły skupienie drugie. Zgodnie z ideą metody stacjo-lat, niezależne, nieróżniące się między sobą serie można łączyć w jedną serię danych. W efekcie łączenia otrzymano regionalne serie opadów maksymalnych dla wyodrębnionych skupień i analizowanych wartości czasu. Do opisu największych rocznych opadów zastosowano rozkład wartości ekstremalnych EV3 zwany rozkładem Weibulla. Dla wszystkich serii połączonych, metodą największej wiarygodności, wyznaczono wartości parametrów rozkładu Weibulla. Następnie, uwzględniając definicję regionu maksymalnych opadów, zależności między wartościami parametrów rozkładu Weibulla a czasem  $t$ , wyniki testowania parametrów serii ze stacji oraz wyniki kompleksowej analizy geograficznej, klimatycznej i hydrologicznej, dokonano podziału kraju (z wyłączeniem gór) na trzy regiony:

- region północno-zachodni, pojezierny, niskich opadów nawalnych o czasie trwania 5-60 minut;
- region południowy, wyżynny, wysokich opadów rozlewnych o czasie trwania 12-72 godzin, oraz obszar nadmorski, gdzie rozkład opadów rozlewnych jest podobny jak w regionie południowym;
- region środkowy (centralny), o zmiennym zasięgu, dla opadów w czasie trwania 5 minut do 72 godzin.

Przyjęta regionalizacja, wynikająca z braku dostatecznej liczby danych o opadzie i zbyt małej liczby stacji oraz postępków meteorologicznych będących do dyspozycji Autorów, jak również z przyjętej metody podziału na regiony związanej z zastosowaną metodą skupień, okazała się w praktycznym użyciu metody Bogdanowicz i Stachy zbyt generalna, tj. uzyskiwane charakterystyki opadów maksymalnych o danym czasie trwania i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia różniły się znacząco w niektórych przypadkach od charakterystyk uzyskanych z modeli opracowanych dla lokalnych warunków, tj. lokalnych stacji pomiarowych (na przykład stacji Wrocław–Strachowice przedstawionych w pracy pt. *Modelowanie opadów do wymiarowania kanalizacji* [Kotowski i in. 2010]). Również w opracowaniu pt. *A probabilistic model for maximum rainfall frequency analysis* [Ciupak i in. 2021] wykazano, że uzyskane charakterystyki opadów maksymalnych dla stacji Chojnice i Białystok obliczone modelem PMASTP obarczone są mniejszymi błędami niż przy zastosowaniu metody Bogdanowicz i Stachy.

W ramach zrealizowanego projektu komercyjnego pt. *Opracowanie i wdrożenie Polskiego Atlasu Natężeń Deszczów (PANDa)* w etapie I przygotowano w IMGW-PIB cyfrową bazę danych opadowych o wysokiej rozdzielczości dla stu deszczomierzy (z okresu 30 lat: 1986-2015). W etapie II opracowano metodykę oceny jakościowej (Quality Assurance – QA) szeregów czasowych wysokości opadów krótkotrwałych, wykorzystującej niezależne źródła informacji o opadach z deszczomierzy zainstalowanych na analizowanych stu stacjach opadowych, z obrazowań radarowych opadów z systemu POLRAD, jak również z dostępnych dla IMGW-PIB rejestracji innych parametrów meteorologicznych i archiwalnych zapisów warunków synoptycznych. Następnie użyto metodykę QA do prac z szeregami opadowymi zgromadzonymi w cyfrowej bazie danych z I etapu projektu (dla łącznej liczby 3000 stacjo-lat) oraz opracowano i przetestowano oprogramowanie pozwalające na wyszukiwanie maksymalnych wysokości opadów dla zadanych przedziałów czasowych. Wyszukiwanie maksymalnych wysokości opadów prowadzono z wykorzystaniem dwóch metod: metody maksimum rocznych (AMP – ang. Annual Maximum Precipitation) i metody przewyższeń (POT – ang. Peak Over Threshold). W ten sposób wyznaczono maksymalne przedziałowe wysokości opadów krótkotrwałych dla potrzeb analizy szeregów czasowych opadów (3000 stacjo-lat) dla czasów trwania opadów równych: 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880 i 4320 (min). Końcowym efektem etapu II było

opracowanie 30-letnich szeregów rozdzielczych maksymalnych przedziałowych wysokości opadów dla powyższych czasów trwania, dla wszystkich stu analizowanych deszczomierzy.

Wykorzystując zweryfikowane szeregi czasowe opadów maksymalnych dla różnych przedziałów czasowych, dostępne dla stu punktów pomiarowych w miarę równomiernie rozłożonych na obszarze Polski, z okresu 1986-2015, oraz biorąc pod uwagę ograniczenia metody Bogdanowicz i Stachy (regionalizacja, dane opadowe z lat 1960-1990 z tylko 20 stacji pomiarowych), zaproponowano w projekcie PMAOTP opracowanie lokalnych modeli probabilistycznych dla każdego punktu pomiarowego, tzw. estymacja punktowa. Opracowane i przyjęte, przy zastosowaniu procedury sub-optimalnej, rozkłady prawdopodobieństwa dla poszczególnych punktów pomiarowych stanowią podstawę do obliczeń przy projektowaniu obiektów i urządzeń technicznych służących m.in. do odwodnień w obszarze, dla którego dany punkt pomiarowy jest reprezentatywny. Do interpolacji między punktami pomiarowymi, tzw. estymacja obszarowa, zaproponowano metody geostatystyczne. Po wstępnej analizie dostępnych metod interpolacyjnych, takich jak: Inverse Distance Weighting, Natural Neighbor, Regularized Spline, Tension Spline, Ordinary Kriging, Universal Kriging i Residual Kriging, które dostępne są w pakietach oprogramowania GIS, wybrano metodę Krigingu Resztowego (Residual Kriging). Do określenia obszaru reprezentatywnego można również wykorzystać metodę wieloboków równomiernego zadeszczenia (Thiessen Polygon Method), którą stosuje się często przy obliczaniu średniego opadu na obszarze zlewni, głównie w obszarach nizinnych. Jednak zrezygnowano z tej metody ze względu na to, że duża liczba punktów pomiarowych znajdowała się w obszarach podgórskich i górskich.

Do statystycznej analizy jednorodności 30-letnich szeregów czasowych opadów maksymalnych o zadanym czasie trwania, uzyskanych metodami AMP i POT, wykorzystano nieparametryczne testy istotności badające niezależność, stacjonarność i trend analizowanych ciągów pomiarowych. Do wyboru najbardziej wiarygodnego modelu – rozkładu prawdopodobieństwa opadów maksymalnych prawdopodobnych – wykorzystano procedurę doboru sub-optimalnego, przy zastosowaniu kryteriów zgodności rozkładów teoretycznych z rozkładami empirycznymi. Parametry rozkładów szacowane były metodą największej wiarygodności, na podstawie szeregów czasowych uzyskanych metodami AMP i POT. Dla przyjętego najbardziej wiarygodnego rozkładu określone zostały przedziały błędu oszacowania kwantyla  $P_{\max}(t,p)$  (przedziały ufności i niepewności). Jako modele probabilistyczne opadów maksymalnych o zadanym czasie trwania i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia zostały przyjęte funkcje gęstości rozkładów: Pearsona typ III (3-parametrowy), Weibull (3-parametrowy), Log-Normalny (3-parametrowy), Log-Gamma (3-parametrowy) i EV1 – Gumbel (2-parametrowy).

Uzyskane najbardziej wiarygodne modele probabilistyczne dla każdego ze stu punktów pomiarowych stanowią podstawę do obliczenia opadu maksymalnego o oznaczonym czasie trwania  $t$  i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia  $p$  dla potrzeb projektowania obiektów i urządzeń służących odwodnieniu terenów, do których należą przede wszystkim systemy kanalizacyjne na obszarach zurbanizowanych (deszczowe i ogólnospławne), obejmujące odwodnienia dachów, ulic, dróg i parkingów, pasów startowych lotnisk, oraz przepompownie i inne urządzenia odprowadzające lub gromadzące nadmiar wód opadowych.

Prezentowany w niniejszym opracowaniu model PMAOTP analizy częstości maksymalnych opadów o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia przygotowano z wykorzystaniem metody alternatywy zdarzeń (MAZ), stosowanej dotychczas do obliczania przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia [Ozga-Zielińska i in. 1999, 2005; Zasady... 2001]. Ogólny schemat modelu PMAOTP przedstawiono na rysunku 1. Model zawiera dwa moduły: statystyczny obejmujący analizę genetyczną i statystyczną ciągów opadów oraz obliczeniowy obejmujący szacowanie opadów maksymalnych o założonym czasie trwania i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia, na który składa się: estymacja parametrów rozkładów metodą największej wiarygodności, weryfikacja zgodności testem  $\chi^2$  Pearsona, wybór najlepiej dopasowanej

funkcji rozkładu prawdopodobieństwa w ramach poszczególnych typów rozkładów według kryterium minimalnej odległości Kołmogorowa, wybór najbardziej wiarygodnej funkcji według kryterium informacyjnego Akaikę (AIC), weryfikacja najbardziej wiarygodnej funkcji za pomocą jednowymiarowych testów zgodności oraz wyznaczenie obszaru błędów estymacji kwantyli. Wynikami modelu PMAxTP są wartości maksymalnych opadów o określonym czasie trwania  $t \in \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min) i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia  $p \in \{99,9, 99,5, 99, 98,5, 98, 95, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 5, 3, 2, 1, 0,5, 0,3, 0,2, 0,1, 0,05, 0,03, 0,02, 0,01\}$  (%).

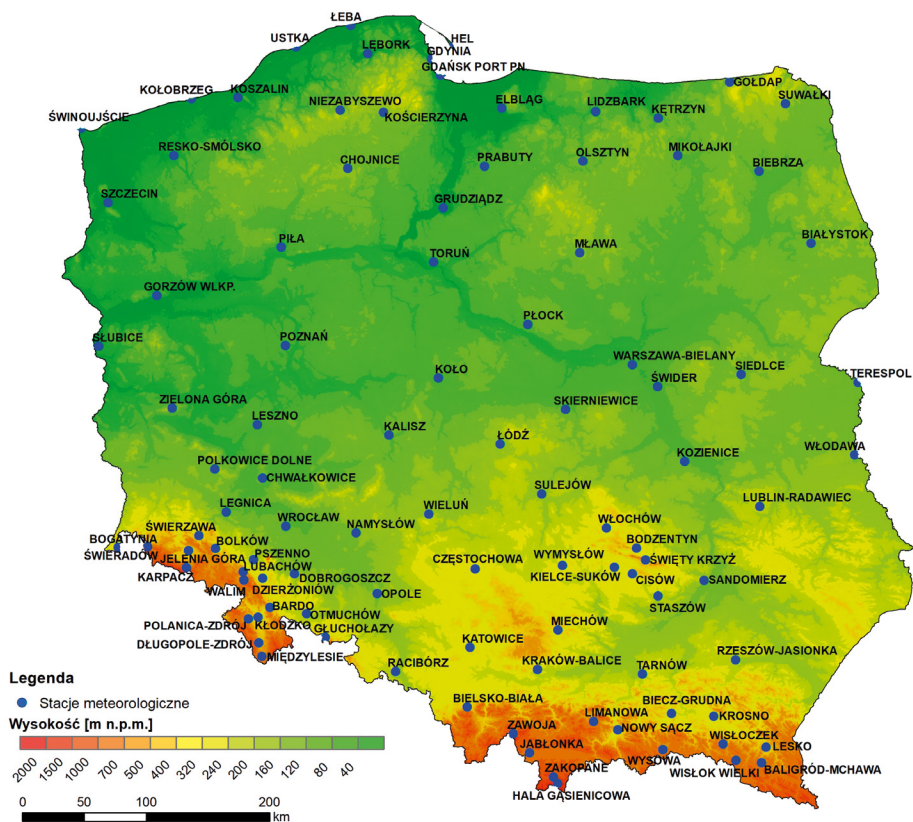


Rys. 1. Ogólny schemat modelu PMAxTP.

## 2. DANE POMIAROWE

### 2.1. Przygotowanie ciągów pomiarowych opadów maksymalnych

Źródłem danych dla projektu PMAXTP była baza danych Rain-Brain, którą wykonano w ramach opracowania i wdrożenia Polskiego Atlasu Natężeń Deszczów (PANDa) [PANDa 2017, 2017-2018]. W ramach etapu I projektu PANDa przygotowano cyfrową bazę danych o opadach w wysokiej rozdzielczości czasowej (nie gorszej niż 10 min) dla stu deszczomierzy z okresu 30 lat (1986-2015). W pierwszej kolejności przeanalizowano dostępność danych analogowych i cyfrowych. Dane analogowe w postaci pasków pluwiograficznych pochodziły z archiwum IMGW-PIB, natomiast dane cyfrowe z baz danych Systemu Hydrologii i Centralnej Bazy Danych Historycznych IMGW-PIB. Około 40% danych z wybranego okresu to dane cyfrowe wymagające weryfikacji, a 60% to dane analogowe, które wymagały weryfikacji i digitalizacji. Na podstawie analiz dostępności danych wybrano wymagane w projekcie sto punktów pomiarowych obejmujących swym zasięgiem cały obszar kraju. Ich rozkład przedstawiono na rysunku 2 i w tabeli 1. Przesłankami do wyboru punktów pomiaru opadu były: dostępność danych z 30-lecia 1986-2015, reprezentatywność punktów pomiarowych i ich równomierność rozłożenia na obszarze Polski z uwzględnieniem orografii (większe zagęszczenie punktów pomiarowych w terenie podgórskim i górskim).



Rys. 2. Stacje pomiarowe wykorzystane w projekcie PMAXTP.

W ramach etapu II projektu PANDa cięgi opadów maksymalnych o określonym czasie trwania zostały poddane ocenie jakościowej, m.in. poprzez porównanie materiału cyfrowego z analogowym oraz z informacjami pochodzącymi z systemu radarów naziemnych POLRAD działających w sieci pomiarowo-obszaryjnej PSHM. Obserwacje zostały zweryfikowane pod kątem występowania sytuacji meteorologicznych mogących powodować wystąpienie opadu deszczu o zadanej wysokości w określonych warunków barycznych, charakterystycznych dla badanego regionu.

Tab. 1. Zestawienie stacji opadowych wykorzystanych w projekcie PMACTP.

Lp.	Nazwa stacji	Lp.	Nazwa stacji	Lp.	Nazwa stacji
1	Baligród-Mchawa	35	Koszalin	68	Rzeszów
2	Bardo	36	Kościerzyna	69	Sandomierz
3	Białystok	37	Kozienice	70	Siedlce
4	Biebrza	38	Kraków	71	Skierniewice
5	Biecz-Grudna	39	Krosno	72	Słubice
6	Bielsko-Biała	40	Legnica	73	Staszów
7	Bodzentyn	41	Lesko	74	Sulejów
8	Bogatynia	42	Leszno	75	Suwałki
9	Bolków	43	Lębork	76	Szczecin
10	Chojnice	44	Limanowa	77	Świerzawa
11	Chwałkowice	45	Lubachów	78	Święty Krzyż
12	Częstochowa	46	Lublin	79	Świeradów-Zdrój
13	Długopole	47	Łeba	80	Świnoujście
14	Dobrogoszcz	48	Łódź	81	Tarnów
15	Dzierżoniów	49	Miechów	82	Terespol
16	Elbląg	50	Międzyziesie	83	Toruń
17	Gdańsk-Port Północny	51	Mikołajki	84	Ustka
18	Gdynia	52	Mława	85	Walim
19	Głucholazy	53	Namysłów	86	Warszawa-Bielany
20	Gołdap	54	Niezabyszewo	87	Wieluń
21	Gorzów	55	Nowy Sącz	88	Wisłoczek
22	Grudziądz	56	Olsztyn	89	Wisłok Wielki
23	Hala Gąsienicowa	57	Opole	90	Włochów
24	Hel	58	Otmuchów	91	Włodawa
25	Jablonka	59	Piła	92	Wrocław
26	Jelenia Góra	60	Płock	93	Wymysłów
27	Kalisz	61	Polanica-Zdrój	94	Zakopane
28	Karpacz	62	Polkowice	95	Zawoja
29	Katowice	63	Poznań	96	Zielona Góra
30	Kętrzyn	64	Prabuty	97	Wysowa
31	Kielce	65	Pszemno	98	Świder
32	Kłodzko	66	Racibórz	99	Cisów
33	Koło	67	Resko	100	Lidzbark Warmiński
34	Kołobrzeg				

Do analiz wykorzystano 30 najwyższych opadów dla 16 czasów trwania, tj.  $t = \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min), co stanowiło 480 przypadków dla każdej z badanych stacji.

Selekcję wartości maksymalnych opadów wykonano dwiema metodami – AMP [Nguyen i in. 2017; Bogdanowicz, Stachý 1998, 2002] oraz POT [Burszta-Adamiak i in. 2019]. Metoda AMP polegała na wyborze jednego maksymalnego opadu z roku. Wadą metody AMP jest nieuwzględnienie wszystkich wysokich opadów, które wystąpiły w danym roku. Metoda POT pozwala na uwzględnienie w danym roku wszystkich wysokich opadów, których wartości są powyżej *a priori* przyjętego proggu. Do analiz przyjęto zdarzenia, których wysokość opadu była nie mniejsza niż  $P_{\min,t}^{\text{POT}} = 3,5 t^{0,275}$  (Raport Zakończenia Etapu II, 2017-2018). W ten sposób wyznaczono wartości progowe dla opadów  $P_t^{\text{MAX}}$  (mm) o określonym czasie trwania ( $t$ ), które zestawiono w tabeli 2.

Tab. 2. Minimalna wysokość opadów  $P_{\min,t}^{\text{POT}}$  (mm) przyjęta jako kryterium w metodzie POT.

$t$ (min)	5	10	15	30	45	60	90	120	180	360	720	1080	1440	2160	2880	4320
$P_{\min,t}^{\text{POT}}$ (mm)	5,4	6,6	7,4	8,9	10,0	10,8	12,1	13,1	14,6	17,7	21,4	23,9	25,9	28,9	31,3	35,0

Do dalszych analiz wykorzystano 30-elementowe ciągi, zarówno chronologiczne, jak i rozdzielcze, z obu metod selekcji opadów maksymalnych. Ciągi chronologiczne były wejściem do analizy statystycznej ciągów pomiarowych, natomiast rozdzielcze posłużyły do obliczania maksymalnego opadu o określonym czasie trwania  $t$  i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p$ .

## 2.2. Badanie jednorodności ciągów pomiarowych opadów maksymalnych

Analiza jednorodności zmiennych losowych ciągów opadów maksymalnych o różnych czasach trwania została przeprowadzona metodami genetycznymi oraz statystycznymi [Ozga-Zieliński 1999; Ozga-Zielińska i in. 2005] obejmującymi: wykrywanie elementów odstających za pomocą testu Grubbsa-Becka [Grubbs, Beck 1972; *Bulletin 17B* 1982], sprawdzenie niezależności zmiennej losowej przy użyciu testu Walda-Wolfowitza i testu seryjnego współczynnika korelacji Andersona [Anderson 1941; *Bulletin 17B* 1982; Pilon i in. 1985], sprawdzenie stacjonarności zmiennej losowej za pomocą nieparametrycznych testów sumy rang Kruskala-Wallisa oraz Spearmana na trend wartości średniej i wariancji [Dahmen, Hall 1990; Sneyers 1990], identyfikację trendu zmiennych losowych za pomocą analizy korelacji i analizy regresji, w tym ocenę postaci funkcji trendu, oraz sprawdzenie wewnętrznej korelacji zmiennych losowych za pomocą testu współczynnika autokorelacji Andersona. Identyfikacja trendu badanych zmiennych losowych oraz ocena postaci funkcji trendu wykonywane są w analizie korelacji i regresji, gdzie zmienną zależną jest maksymalny opad wyselekcjonowany metodą AMP lub POT, a zmienną niezależną czas ( $t$ ). Korelacja badana jest za pomocą nieparametrycznego testu korelacji rang Spearmana [Spearman 1904] i parametrycznego testu współczynnika korelacji liniowej Pearsona [Pearson 1931]. W analizie regresji globalny test Fishera-Snedecora  $F$  [Box 1953] testuje trzy równoważne hipotezy zerowe: istotność współczynnika kierunkowego, istotność współczynnika determinacji i istotność liniowego związku między analizowanymi zmiennymi. Weryfikowana jest hipoteza zerowa, że zmienna niezależna (czas  $t$ ) nie wywiera wpływu na badaną zmienną zależną, tj. maksymalny opad ( $P_t^{\text{AMP}}$ ) i ( $P_t^{\text{POT}}$ ). Ocenę postaci funkcji trendu realizują wykresy rozrzutu badanych zmiennych losowych względem czasu  $t$ , które stanowią ocenę wizualną trendu (liniowy, potęgowy i wykładniczy). Sprawdzenie wewnętrznej korelacji badanej zmiennej losowej realizowane jest testem współczynnika autokorelacji Andersona. Badanie identyfikuje występowanie i wpływ wahań okresowych na zmienność badanych zmiennych, a wyniki przedstawiane są liczbowo i graficznie dla określonego opóźnienia z zaznaczonymi współczynnikami autokorelacji oraz oceną białego szumu (błąd standardowy) przy przyjętym poziomie ufności  $\alpha$ .

### 2.3. Weryfikacja ciągów pomiarowych opadów maksymalnych

Zbadano jednorodność aprioryczną, czasową i pomiarową ciągów opadów maksymalnych uzyskanych dwoma metodami, AMP i POT, dla 16 czasów trwania opadów zmierzonych w stu punktach pomiarowych na obszarze Polski. Łącznie przeanalizowano 3200 ciągów opadów maksymalnych. Poddano wizualnej ocenie przebiegi ciągów pomiarowych w celu wykrycia potencjalnych punktów niejednorodności. Na podstawie informacji zawartych w rocznikowych opracowaniach opadów IMGW-PIB (Roczniki Meteorologiczne i Roczniki Opadów Atmosferycznych) oraz pomiarów z sieci radarów naziemnych POLRAD i weryfikacji uwarunkowań barycznych występowania maksymalnych opadów dla badanych regionów oraz po wizualnej ocenie realizacji badanego ciągu pomiarowego nie stwierdzono istotnych czynników mogących wpłynąć na jednorodność genetyczną ciągów opadów maksymalnych obserwowanych w latach 1986-2015. Ponieważ na warunki pomiaru opadów często działają czynniki, których nie można wyodrębnić i określić metodami genetycznymi, a jedynie obserwuje się ich wpływ na zmianę własności statystycznych ciągów pomiarowych opadów, do analizy ciągów wykorzystano nieparametryczne testy istotności, które pozwalają na wykrycie potencjalnej niejednorodności statystycznej [Ozga-Zieliński 1999; Ozga-Zielińska i in. 1999, 2005].

Każdy ciąg uzyskany metodą AMP i POT wartości maksymalnych opadów o określonym czasie trwania  $t \in \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min) został poddany wykrywaniu elementów odstających za pomocą testu Grubbsa-Becka, sprawdzeniu niezależności przy użyciu testu Walda-Wolfowitza (test serii) i testu współczynnika autokorelacji Andersona, sprawdzeniu stacjonarności za pomocą testu sumy rang Kruskala-Wallisa i testu współczynnika Spearmana korelacji rangowej na trend wartości średniej oraz na trend wariancji. Szczególną uwagę zwrócono na sprawdzenie niezależności opadów maksymalnych oraz ich stacjonarności. Wyniki analizy niejednorodności maksymalnych opadów  $P_t^{AMP}$ ;  $P_t^{POT}$  dla stu punktów pomiarowych zestawiono odpowiednio w tabelach 3 i 4.

Tab. 3. Liczba punktów pomiarowych dla których nie wykryto niejednorodności statystycznej pod kątem niezależności i stacjonarności ciągów opadów maksymalnych wg AMP dla rozpatrywanych 16 czasów trwania opadu i 100 punktów pomiarowych.

Rodzaj niejednorodności/ Czas trwania opadu $t$ w min.	Niezależność	Trend wartości średniej	Trend wariancji
5	96	76	89
10	95	84	96
15	99	85	93
30	99	89	94
45	98	88	95
60	100	91	96
90	97	86	95
120	97	90	97
180	98	88	93
360	99	88	92
720	98	84	93
1080	98	84	95
1440	98	81	94
2160	97	83	96
2880	98	79	94
4320	97	75	96

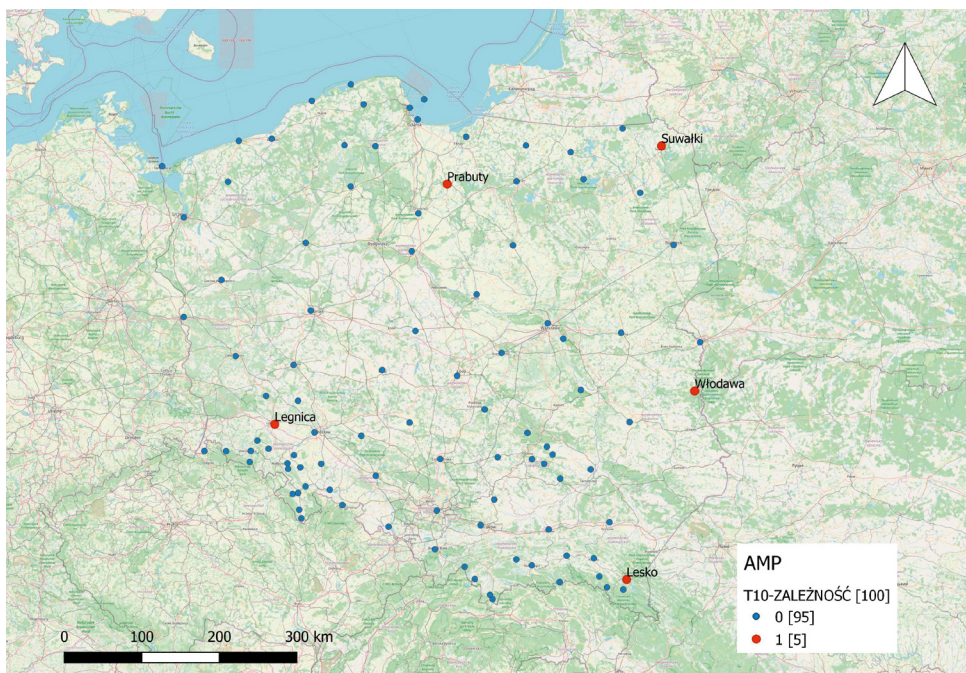
W tabeli 3 czerwoną czcionką zaznaczono najmniejszą liczbę stacji, dla których nie wykryto w ciągach opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP, dla określonego czasu trwania  $t$ , niejednorodności wynikającej z braku niezależności oraz występowania trendu wartości średniej lub trendu wariancji. Natomiast niebieską czcionką podano największą liczbę punktów pomiarowych, dla których nie wykryto niejednorodności wynikającej z braku niezależności oraz występowania trendu wartości średniej lub trendu wariancji. Po analizie otrzymanych wyników można zauważyć, że najczęstszą przyczyną występowania niejednorodności w ciągach opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP, niezależnie od ich czasu trwania, jest występowanie trendów wartości średniej, która jest przyczyną niestacjonarności tych ciągów. Generalnie można zauważyć, że badane opady maksymalne są niezależne, a ich ciągi są jednorodne pod względem występowania w nich trendów wariancji. Na mapach (rys. 3-5) przedstawiono najbardziej niekorzystną liczbę punktów pomiarowych dla których wykryto odpowiednio (wg tab. 3) występującą zależność opadów maksymalnych (dla  $t = 10$  min) oraz występowanie trendów wartości średniej ( $t = 4320$  min) i wariancji ( $t = 5$  min).

Analiza punktów pomiarowych, w których wykryto występowanie niejednorodności statystycznej wykazała, że najbardziej niejednorodne ciągi pomiarowe opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP wystąpiły na stacjach w pasach północno-wschodnim i południowym obszaru Polski.

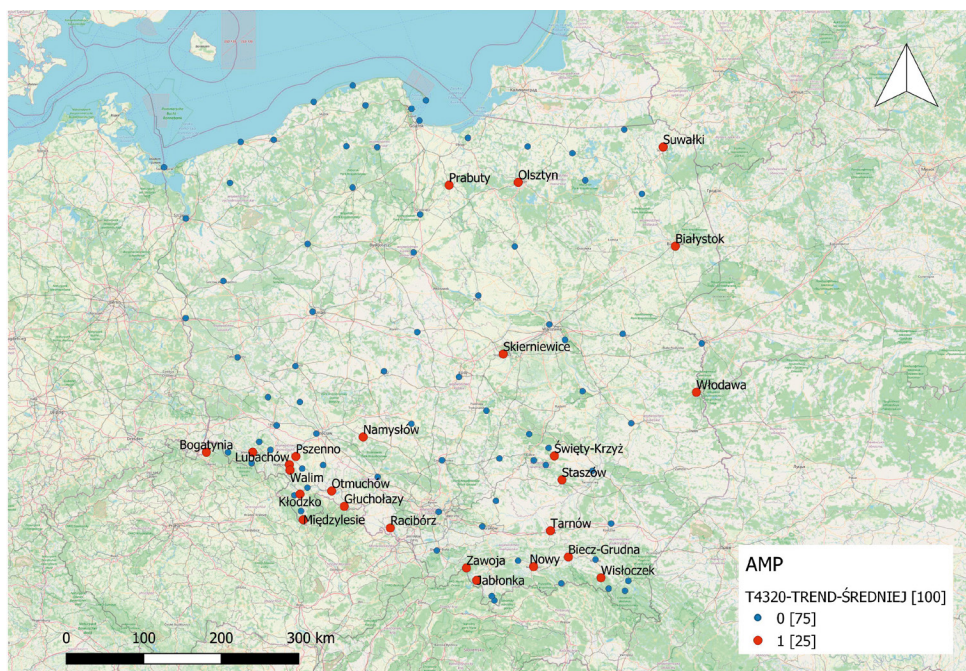
Na rysunkach 6-8 przedstawiono odpowiednio (wg tab. 3) największą liczbę punktów pomiarowych, dla których uzyskano ciągi pomiarowe niezależnych opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP (100 stacji dla  $t = 60$  min) oraz nieposiadających trendów wartości średniej (91 stacji dla  $t = 60$  min) i wariancji (97 stacji dla  $t = 120$  min).

Ponieważ analiza genetyczna niejednorodności ciągów uzyskanych metodą AMP nie wykazała źródeł i przyczyn powstania niejednorodności, a analiza statystyczna potwierdziła, że tylko w małej liczbie punktów pomiarowych wystąpiła niejednorodność statystyczna, głównie w wyniku występujących trendów wartości średniej w ciągach opadów maksymalnych o różnych czasach trwania  $t$ , uznano że uzyskane ciągi metodą AMP są generalnie jednorodne i mogą stanowić podstawę do doboru modeli probabilistycznych.

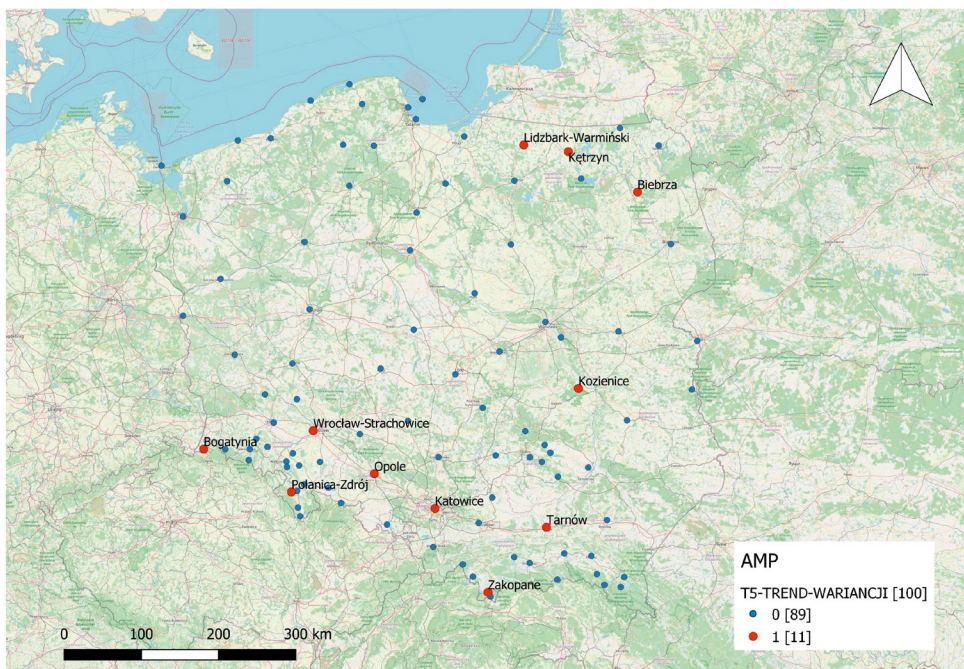




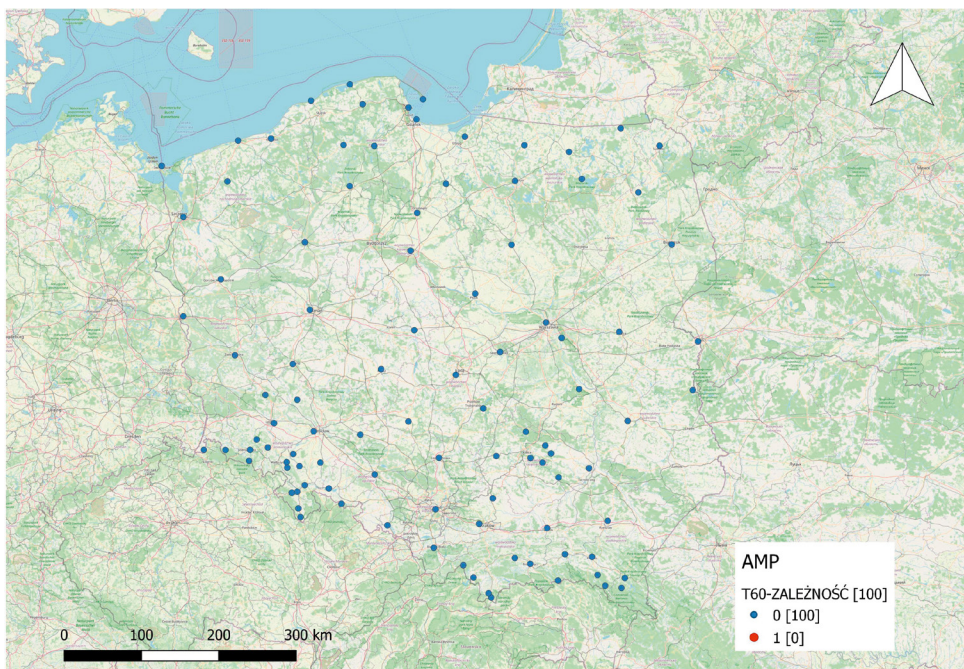
Rys. 3. Najbardziej niekorzystna liczba punktów pomiarowych (kropki czerwone), dla których wykryto występującą zależność opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 10$  min.



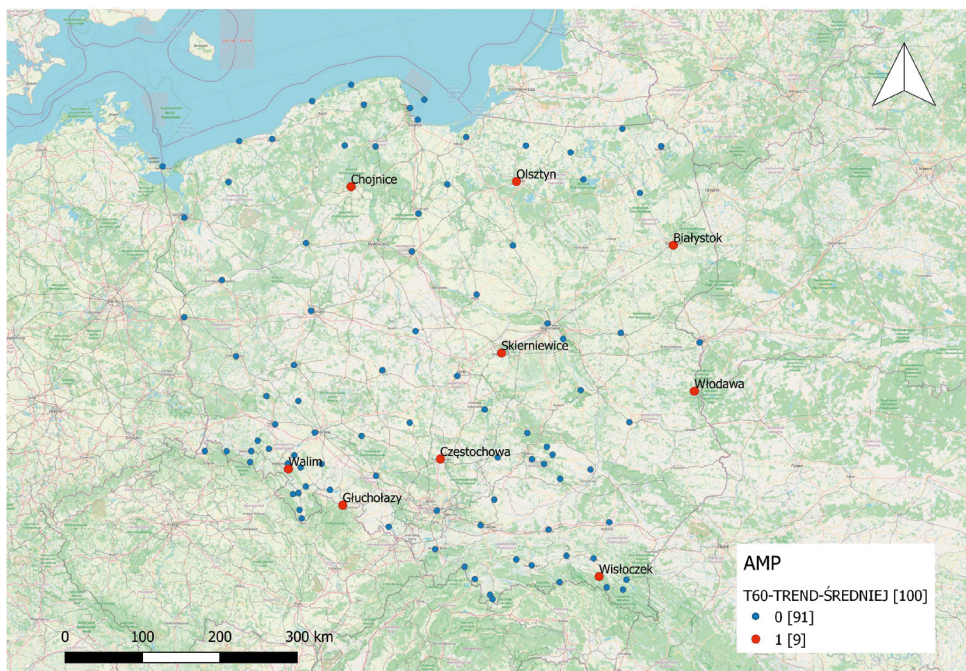
Rys. 4. Najbardziej niekorzystna liczba punktów pomiarowych (kropki czerwone), dla których wykryto występujący trend wartości średniej opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 4320$  min.



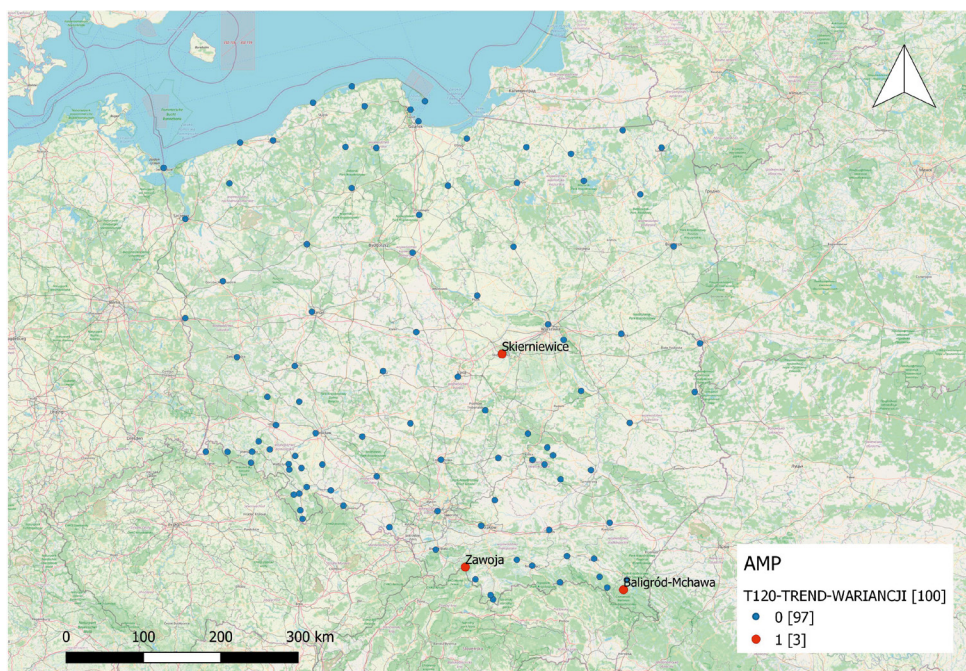
Rys. 5. Najbardziej niekorzystna liczba punktów pomiarowych (kropki czerwone), dla których wykryto występujący trend wariacji opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 5$  min.



Rys. 6. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującej zależności opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 60$  min.



Rys. 7. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującego trendu wartości średniej opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 60$  min.



Rys. 8. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującego trendu wariancji opadów maksymalnych wg AMP o czasie trwania  $t = 120$  min.

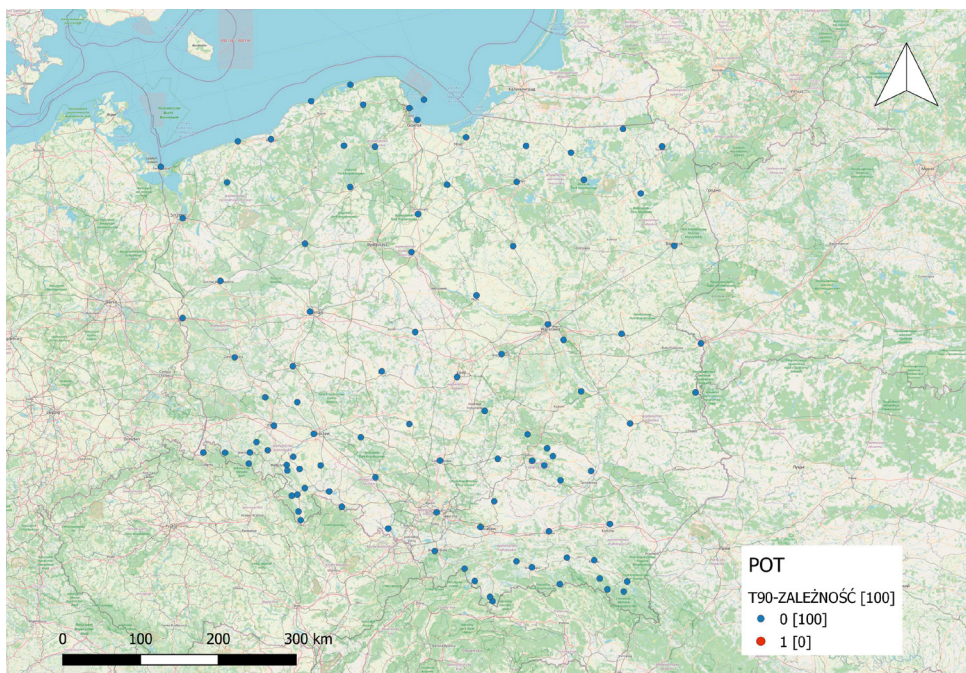
Tab. 4. Liczba punktów pomiarowych dla których nie wykryto niejednorodności statystycznej pod kątem niezależności i stacjonarności ciągów opadów maksymalnych wg POT dla rozpatrywanych 16 czasów trwania opadu i 100 punktów pomiarowych.

Rodzaj niejednorodności/ Czas trwania opadu $t$ w min.	Niezależność	Trend wartości średniej	Trend wariancji
5	97	88	93
10	98	93	96
15	99	93	96
30	99	91	97
45	99	96	93
60	99	97	95
90	100	98	95
120	99	96	98
180	98	96	99
360	98	92	96
720	99	91	97
1080	100	92	96
1440	100	93	95
2160	99	94	95
2880	97	94	96
4320	100	94	95

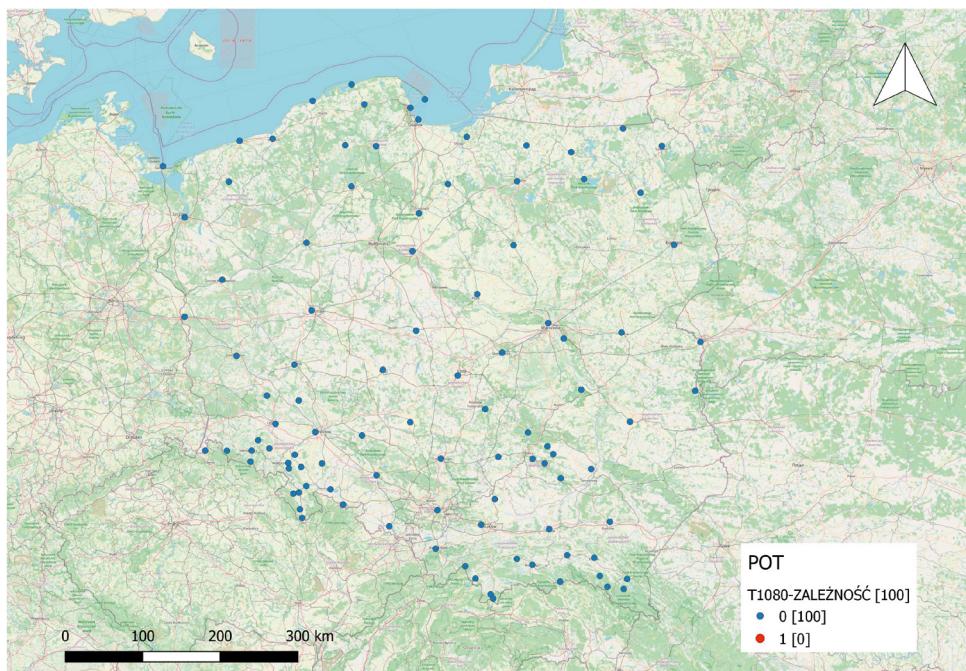
W tabeli 4 zaznaczono czerwoną czcionką najmniejszą liczbę stacji, dla których nie wykryto niejednorodności w ciągach opadów maksymalnych uzyskanych metodą POT dla określonego czasu trwania  $t$ , niejednorodności wynikającej z braku niezależności oraz występowania trendu wartości średniej lub trendu wariancji. Natomiast niebieską czcionką zaznaczono największą liczbę punktów pomiarowych, dla których nie wykryto niejednorodności wynikającej z braku niezależności oraz występowania trendu wartości średniej lub trendu wariancji. Po analizie otrzymanych wyników można zauważyć, że ciągi opadów maksymalnych uzyskanych metodą POT, niezależnie od ich czasu trwania, są generalnie bardziej jednorodne statystycznie w porównaniu z ciągami opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP. Dla ilustracji na mapach (rys. 9-14) przedstawiono największą liczbę punktów pomiarowych, dla których nie wykryto odpowiednio (wg tab. 4) występowania zależności opadów maksymalnych wg POT (100 stacji dla  $t = 90$  min,  $t = 1080$  min,  $t = 1440$  min i  $t = 2880$  min) oraz występowania trendów wartości średniej (98 stacji dla  $t = 90$  min) i wariancji (99 stacji dla  $t = 180$  min).

Analiza genetyczna niejednorodności ciągów uzyskanych metodą POT nie wykazała źródeł i przyczyn powstania niejednorodności, a analiza statystyczna potwierdziła, że tylko w bardzo małej liczbie punktów pomiarowych wystąpiła niejednorodność statystyczna w ciągach opadów maksymalnych o różnych czasach trwania  $t$ .

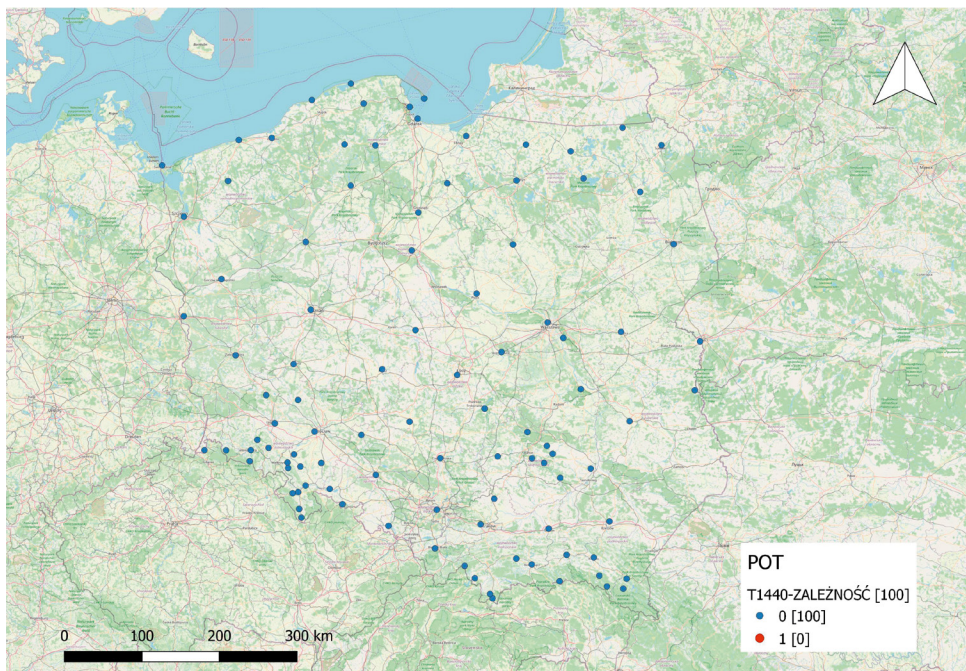
Z przeprowadzonych analiz niejednorodności ciągów opadów maksymalnych wynika, że ciągi uzyskane metodą POT są bardziej jednorodne w znacznie większej liczbie punktów pomiarowych w porównaniu do ciągów AMP. Tak więc ciągi wg metody POT stanowią tym bardziej podstawę do doboru modeli probabilistycznych.



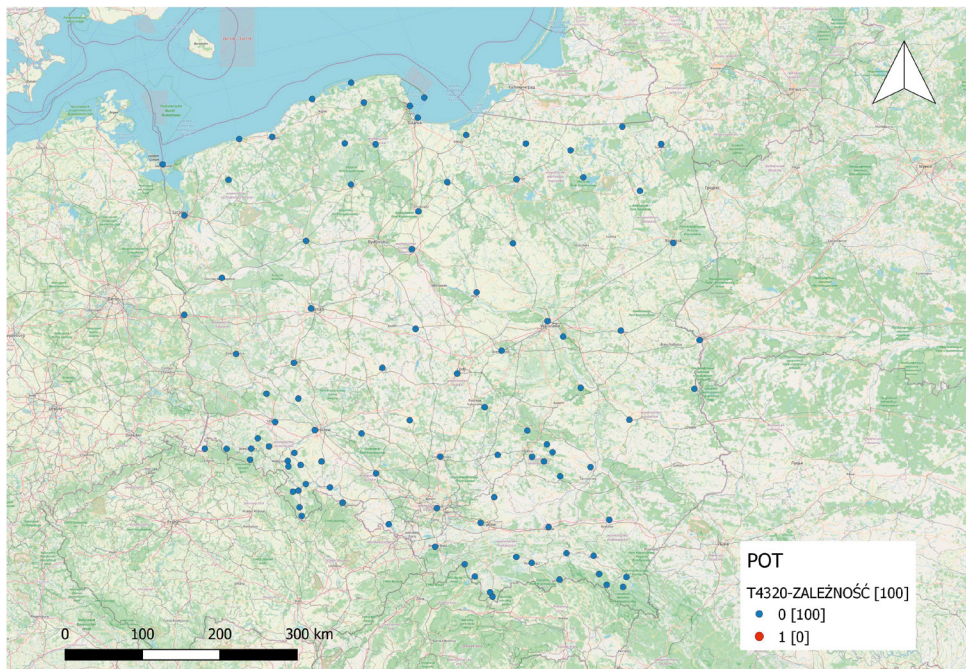
Rys. 9. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującej zależności opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 90$  min.



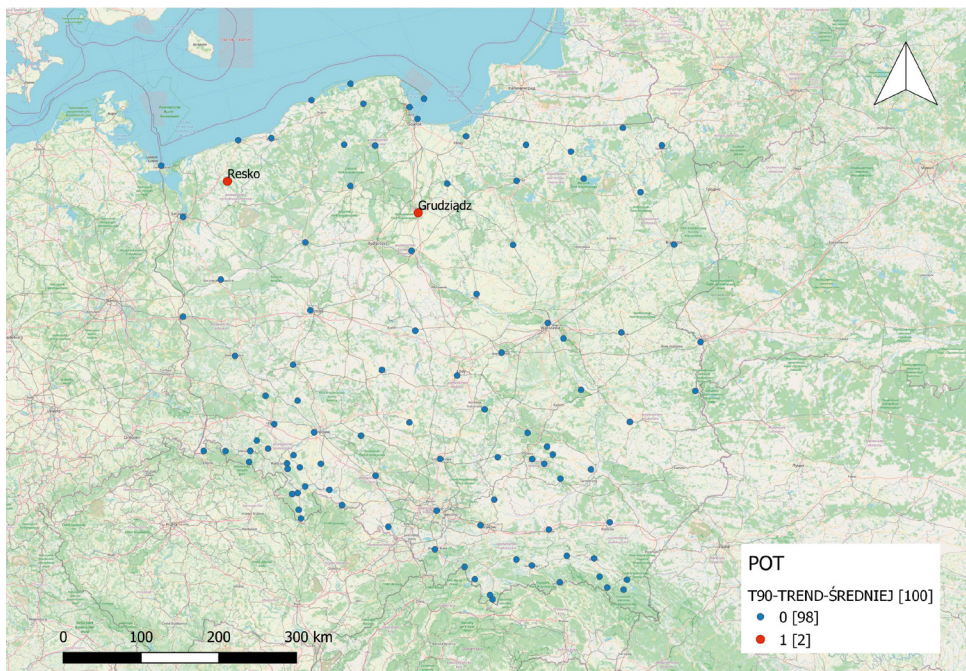
Rys. 10. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującej zależności opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 1080$  min.



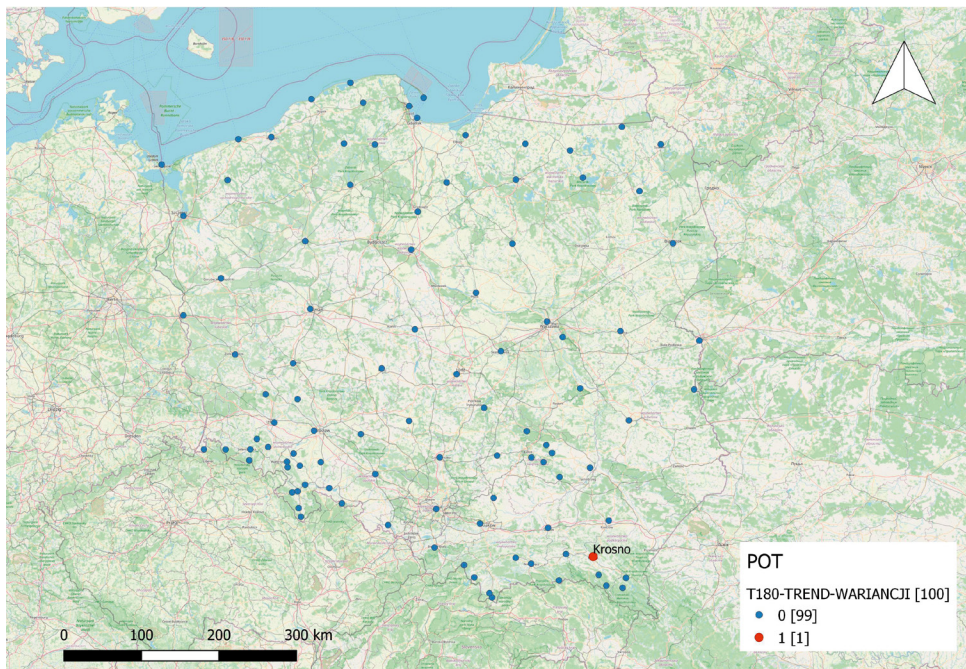
Rys. 11. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującej zależności opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 1440$  min.



Rys. 12. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującej zależności opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 4320$  min.



Rys. 13. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującego trendu wartości średniej opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 90$  min.



Rys. 14. Największa liczba punktów pomiarowych (kropki niebieskie), dla których nie wykryto występującego trendu wariancji opadów maksymalnych wg POT o czasie trwania  $t = 180$  min.

Jednakże obie metody (AMP i POT) nie mogą być uznane generalnie za równorzędne – zastępowalne w procesie tworzenia probabilistycznych modeli opadów maksymalnych – bez uwzględnienia potencjalnych zastosowań praktycznych [Kotowski i in. 2010]. Dają bowiem znacznie różniące się wartości kwantyli (wysokości opadów) zwłaszcza dla prawdopodobieństw  $p$  bliskich jedności (np.  $p = 99,9\%$ ), niezależnie od czasu trwania opadów i zastosowanych rozkładów teoretycznych. Zilustrowano to w niniejszej pracy w rozdz. 3.6, zawierającym przykładowe wyniki obliczeń największych rocznych wysokości opadów o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla czasu trwania  $t = 60$  min, uzyskanych na podstawie ciągów AMP i POT dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka. Mianowicie, dla  $p = 99,9\%$  z ustalonych modeli probabilistycznych obliczono odpowiednio:  $P_{max,p} = 5,92$  mm dla ciągu AMP i rozkładu log-normalnego oraz  $P_{max,p} = 17,0$  mm dla ciągu POT i rozkładu Weibulla. Wobec wykazanych wyżej różnic ilościowych, w przypadku praktycznego stosowania prawdopodobieństw występowania opadów  $p \geq 50\%$ , jak np. do projektowania i modelowania hydrodynamicznego niezawodności działania sieci i obiektów odwodnień terenów, zaleca się stosowanie modeli opadów maksymalnych opartych na ciągach POT. Wówczas wynik obliczeń projektowych czy symulacji hydrodynamicznych leży po tzw. bezpiecznej stronie. W innych przypadkach, tj. dla prawdopodobieństw  $p < 50\%$ , metody AMP i POT mogą być uznawane za równorzędne – zastępowalne.

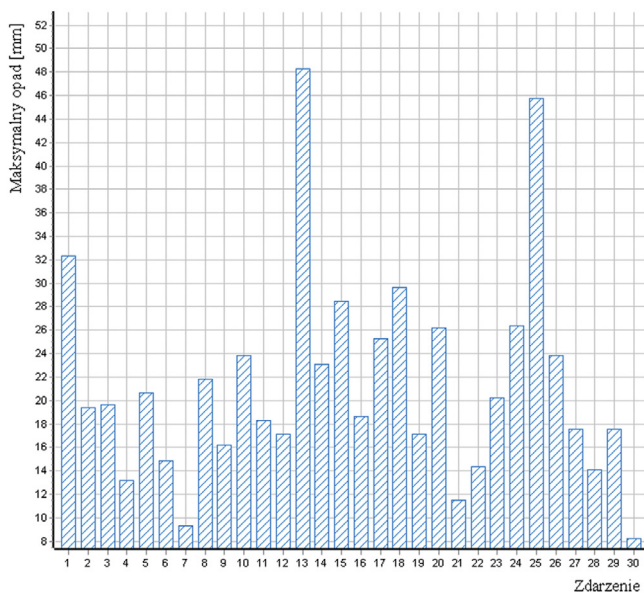
Badanie jednorodności wykrywanej metodami genetycznymi i statystycznymi powinno być kontynuowane w przypadku aktualizacji ciągów opadów maksymalnych w kolejnych cyklach dziesięcioletnich.

Przykład analizy niejednorodności ciągów opadów maksymalnych o czasie trwania 60 min., uzyskanych metodami AMP i POT, przedstawiono odpowiednio w tabelach 5-8 oraz zilustrowano na rysunkach 15-17 i 18-20.

Tab. 5. Zbiór wysokości opadów maksymalnych dla czasów trwania  $t = \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min) uzyskanych metodą AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka, z wyróżnionym ciągiem opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min, dla którego przedstawiono przykład analizy niejednorodności.

5m	10m	15m	30m	45m	60m	90m	120m	180m	360m	720m	1080m	1440m	2160m	2880m	4320m	AMP
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,66	8,25	11,4	20,55	27,92	<b>32,35</b>	38,08	40,68	40,8	42,35	42,35	43,19	55,02	56,92	56,92	56,92	56,92
5,23	8,62	10,64	13,17	18,71	<b>19,37</b>	26,74	27,52	44,75	54,72	57,71	59,69	62,29	62,31	64,91	77,27	77,27
5,83	8,35	11,51	17,62	18,88	<b>19,65</b>	19,74	19,76	19,8	24,54	34,35	35,52	43,75	46,89	46,89	48,45	48,45
4,47	8,94	9,98	11,87	13,1	<b>13,17</b>	13,18	13,18	13,25	21,41	28,24	33,63	34	52,74	54,9	68,88	68,88
14,5	19,25	19,55	19,96	20,57	<b>20,65</b>	20,69	20,69	20,81	21,09	24,37	35,66	40,71	44,88	44,88	63,97	63,97
8,83	9,15	10,02	11,1	12,85	<b>14,83</b>	16,7	18,4	18,42	24,86	28,9	30,23	30,23	30,23	30,89	42,05	42,05
4,17	6,93	8,45	8,72	9,29	<b>9,29</b>	9,6	10,09	14,35	14,35	14,35	16,31	18,8	18,8	24,34	35,12	35,12
6,6	11,82	15,52	21,34	21,74	<b>21,8</b>	21,9	21,94	22,02	22,3	25,4	25,54	25,54	25,54	25,54	36,87	36,87
5,57	9,51	12,05	15,85	16,21	<b>16,22</b>	16,62	16,92	16,92	17,05	23,47	36,43	36,43	36,43	36,43	36,43	36,43
7,41	13,16	17,21	20,84	23,33	<b>23,83</b>	23,85	23,85	23,85	23,85	30,63	33,34	36,14	42,49	42,49	43,04	43,04
4,07	6,28	8,42	14,71	18,12	<b>18,29</b>	18,32	20,16	21,92	26,41	41,92	53,04	57,13	57,27	57,66	57,67	57,67
4,81	8,78	11,63	15,94	16,67	<b>17,14</b>	17,24	17,24	17,31	19,81	30,82	33,38	33,38	33,38	47,24	47,46	47,46
9,12	15,12	20,33	36,95	45,88	<b>48,31</b>	51,01	51,25	51,29	51,29	51,29	51,29	51,29	51,29	51,59	53,86	53,86
6,74	12,08	15,34	21,83	22,86	<b>23,08</b>	23,91	27,22	30,87	36,07	36,6	36,6	38,62	43,86	43,86	45,45	45,45
7,2	13,26	17,84	28,22	28,45	<b>28,45</b>	28,46	28,46	28,47	28,47	33,55	35,27	44,15	48,73	48,73	59,31	59,31
6,6	10,16	13,37	17,92	18,35	<b>18,6</b>	24,04	26,51	30,52	31,92	41,54	43,92	43,96	44,13	44,2	44,26	44,26
8,02	13,8	19,55	24,83	25,08	<b>25,27</b>	26,15	27,14	28,99	43,78	50,93	51,81	51,86	57,91	57,97	58,36	58,36
8,82	12,71	17,26	28,6	29,32	<b>29,59</b>	30,09	31,1	31,6	31,61	31,62	31,64	31,65	31,68	31,71	41,47	41,47
7,46	9,76	10,83	13,12	14,56	<b>17,11</b>	19,64	23,4	28,63	30,13	30,44	37,67	47,62	67,57	75,62	97,91	97,91
7,07	10,34	14,64	23,17	25,36	<b>26,2</b>	27,58	32,1	36,97	40,42	46,42	62,71	68,54	72,62	75,42	75,61	75,61
4,09	7,08	8,12	10,53	11,41	<b>11,53</b>	12,43	13,02	15,76	20,65	30,87	33,42	37,25	38,17	38,22	40,46	40,46
5,32	8,03	9,79	11,71	12,77	<b>14,38</b>	15,7	16,69	18,75	27,7	40,09	41,7	41,71	56,3	66,45	88,87	88,87
9,86	14,43	16,2	20,01	20,2	<b>20,2</b>	20,2	20,2	20,21	21,32	25,74	29,32	32,13	33,6	37,31	47,05	47,05
8,91	14,29	18,2	24,82	25,95	<b>26,32</b>	26,41	27,99	29,93	31,03	48,35	51,5	51,51	51,53	52,93	63,05	63,05
10,61	15,33	18,03	26,08	32,39	<b>45,75</b>	60,35	68,9	72,34	73,22	73,29	89,68	90,32	90,37	90,83	107	107
7,76	13,29	17,96	23,58	23,75	<b>23,84</b>	26,19	27,4	27,4	27,41	27,43	27,45	34,01	34,06	36,92	49,89	49,89
6,9	9,3	11,1	15,5	16,7	<b>17,5</b>	22,9	23,8	24,3	24,6	26	26,5	26,7	27	27,64	34,72	34,72
5,7	8,8	9,6	12,3	13,9	<b>14,1</b>	14,1	17,2	17,8	19,4	19,7	22,7	27,5	29,5	29,8	34,6	34,6
6,2	7,3	7,4	9,8	15,2	<b>17,5</b>	18,5	19	22,3	26,5	30,3	32,4	34,3	36,9	38	43,3	43,3
2,6	4,1	5,1	5,9	6,7	<b>8,2</b>	10,1	11,3	14,6	19,8	24,7	26,7	26,9	29,5	29,5	34	34

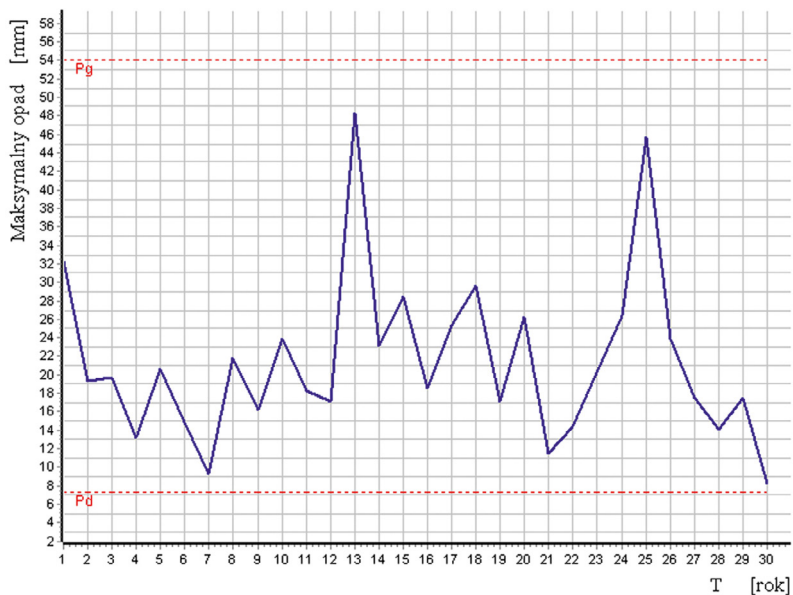




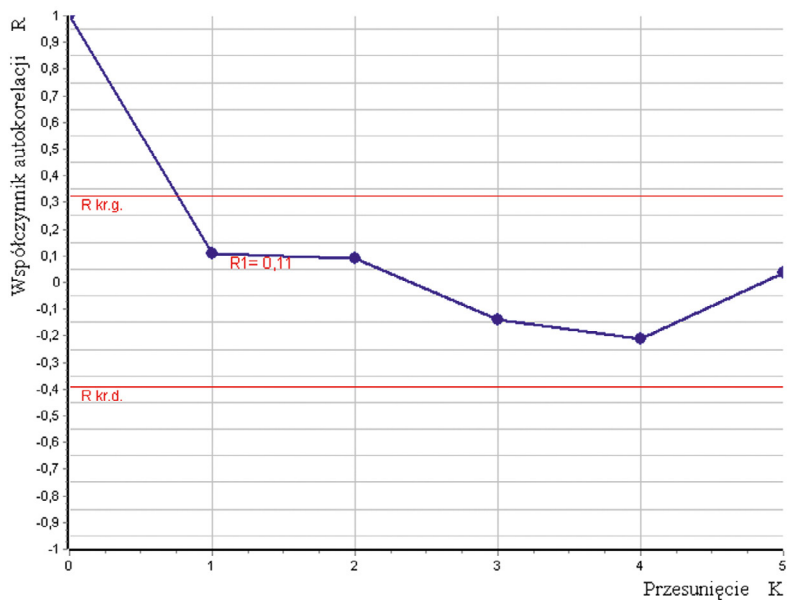
Rys. 15. Hietogram opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min, uzyskanych metodą AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

Tab. 6. Wynik analizy niejednorodności dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

<b>Analiza niejednorodności</b>
Posterunek opadowy: RZESZÓW–JASIONKA Typ: AMP Zmienna 60 m
Maksymalny opad w ciągu rocznym.
Weryfikacja elementów odstających – Test Grubbsa i Becka Wynik testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,1000$ w badanym ciągu nie zostały wykryte elementy odstające.
Weryfikacja niezależności – Test serii. Wynik testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej $H_0$ , co świadczy o losowym wyborze elementów do badanego ciągu i oznacza, że badana zmienna losowa jest niezależna. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,6074$ .
Weryfikacja stacjonarności – Testy Kruskala-Wallisa. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej $H_0$ , co oznacza, że w ciągu nie wykryto skoku wartości średniej, tj. ciąg pomiarowy jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,8519$ .
Weryfikacja stacjonarności – Test współczynnika korelacji rangowej Spearmana na trend wartości średniej. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy $H_0$ , co oznacza, że badany ciąg pomiarowy nie posiada trendu wartości średniej i jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,7551$ .
Weryfikacja stacjonarności – Test współczynnika korelacji rangowej Spearmana na trend wariancji. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy $H_0$ , co oznacza, że badany ciąg pomiarowy nie posiada trendu wariancji i jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,3209$ .



Rys. 16. Graficzny wynik testu Grubbsa-Becka dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka. Elementy ciągu są między dolną  $P_d$  a górną  $P_g$  granicą testowania, co oznacza, że nie występują w ciągu elementy odstające (outliers).

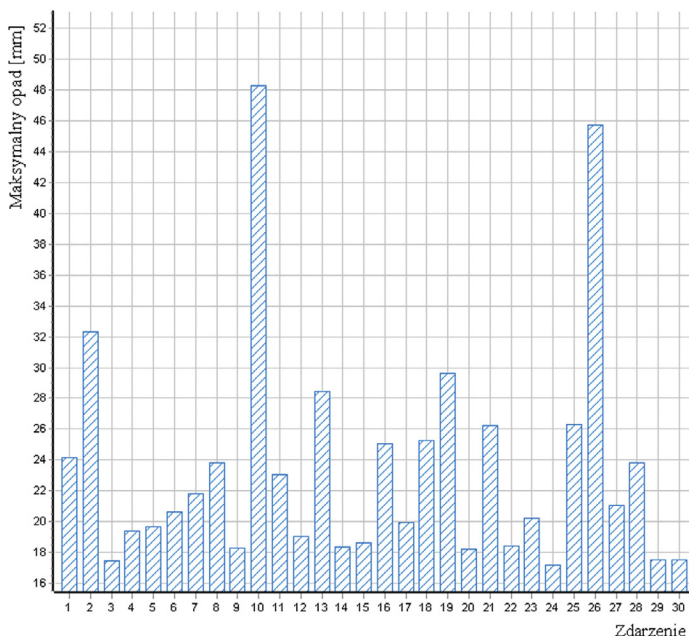


Rys. 17. Graficzny wynik testu współczynnika autokorelacji Andersona dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

Wartość współczynnika autokorelacji  $R_{K=1}$  z przesunięciem  $K = 1$  znajduje się między dolną  $R_{kr,d}$  a górną  $R_{kr,g}$  granicą krytyczną testu, co oznacza, że elementy ciągu nie są ze sobą wzajemnie skorelowane, a co za tym idzie są niezależne.

Tab. 7. Zbiór wysokości opadów maksymalnych dla czasów trwania  $t = \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min) uzyskanych metodą POT dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka, z wyróżnionym ciągiem opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min, dla którego przedstawiono przykład analizy niejednorodności (w drugim wierszu podano minimalne wysokości opadów przyjęte jako kryterium w metodzie POT, wg tab. 2.).

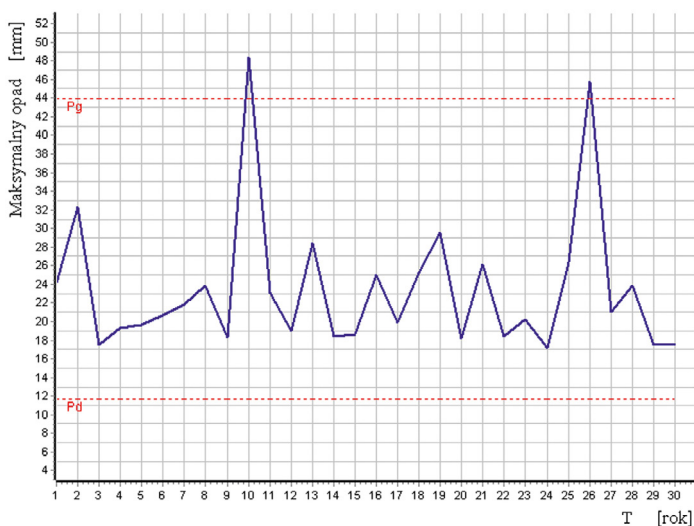
5m	10m	15m	30m	45m	60m	90m	120m	180m	360m	720m	1080m	1440m	2160m	2880m	4320m	POT
5,4	6,6	7,4	8,9	10	10,8	12,1	13,1	14,6	17,7	21,4	23,9	25,9	28,9	31,3	35	
7,84	19,25	11,4	19,24	22,54	24,13	24,15	24,23	24,26	29,03	32,14	34,12	39,42	49,13	49,3	49,3	
14,5	9,48	11,51	20,55	27,92	32,35	38,08	40,68	40,8	42,35	42,35	43,19	55,01	56,92	56,92	56,92	
7,76	11,82	19,55	17,62	18,71	17,44	26,74	27,52	44,75	54,72	57,71	59,69	62,29	62,31	64,91	77,27	
8,83	9,51	10,96	19,96	18,88	19,37	19,74	19,76	20,81	24,86	34,35	35,52	43,75	46,89	46,89	48,45	
6,6	13,16	15,52	21,34	20,57	19,65	20,69	20,69	22,02	25,55	28,9	33,63	40,7	52,74	54,9	68,88	
7,41	13,7	12,05	15,85	21,74	20,65	21,9	21,94	22,21	26,41	30,63	35,66	36,43	44,88	44,88	63,96	
8,46	15,12	17,21	20,84	23,33	21,8	19,88	20,61	23,85	51,29	41,92	36,43	36,14	42,49	53,11	55	
9,12	9,95	11,63	14,71	18,12	23,83	23,85	23,85	21,92	27,62	31,67	33,34	53,04	53,04	52,67	53,57	
6,67	12,08	16,27	15,94	16,67	18,29	51,01	20,16	51,29	36,07	36,97	53,04	44,82	48,74	57,66	57,67	
6,74	9,74	20,32	36,95	45,88	48,31	23,91	51,25	30,87	28,62	30,81	39,2	57,13	57,27	47,24	47,28	
7,2	13,26	15,34	21,83	22,86	23,07	20,94	24,27	28,61	28,47	51,29	46,18	51,29	51,29	51,29	47,46	
6,96	10,16	14,7	14,58	16,38	19,01	28,46	27,22	28,47	31,92	36,6	33,38	38,72	41,32	51,59	51,29	
6,6	12,27	17,84	16,96	17,04	28,45	24,04	28,46	30,52	26,92	33,55	51,29	38,62	43,85	43,85	53,86	
7,01	13,8	10,93	28,22	28,45	18,38	19,21	26,51	28,99	43,78	30,19	32,79	35,27	48,73	48,73	46,24	
8,02	11,94	13,37	17,92	16,5	18,6	26,15	27,14	22,4	32,04	41,54	36,6	44,15	44,13	44,2	59,31	
7,28	12,71	11,23	18,93	18,35	25,03	20,7	20,76	23,23	26,66	50,93	35,27	43,96	57,91	57,97	58,36	
8,82	9,48	14,26	15,1	23,63	19,93	25,47	25,94	26,49	31,61	32,42	34,69	35,67	67,57	75,62	97,91	
7,22	9,76	19,55	24,82	16,82	25,27	30,09	31,09	31,6	25,56	31,62	43,92	51,86	48,65	52,79	53,32	
6,82	10,34	17,26	28,6	25,08	29,59	20,7	20,86	20,9	30,13	30,44	51,81	47,62	42,41	46,45	75,61	
7,46	10	10,83	23,17	29,32	18,23	19,64	23,4	28,63	27,75	46,42	32,43	35,28	72,62	75,42	53,96	
6,63	9,92	14,64	14,23	25,36	26,2	27,58	32,1	36,97	40,42	43,06	37,67	68,54	53,87	53,91	88,87	
7,07	9,61	16,2	16,35	17,05	18,45	20,2	20,21	29,92	27,7	30,87	62,71	53,82	41,72	66,45	47,05	
9,86	14,43	15,62	20,01	16,4	20,2	20,2	20,2	21,81	31,03	40,09	53,62	37,25	56,3	52,93	63,04	
9,15	14,31	11,96	24,82	20,2	17,16	25,3	27,99	26,44	29,2	31,18	33,41	41,71	46,52	51,56	54	
7,44	10,69	18,2	14,93	25,95	26,32	18,92	21,7	72,34	73,22	48,35	41,7	38,11	51,53	44,41	75,05	
8,91	14,28	17,21	26,08	32,39	45,75	26,41	26,42	21,93	25,63	73,29	51,5	51,51	43,64	44,2	107	
7,55	12,35	13,61	20,26	21,43	21,07	60,35	68,9	27,4	27,53	30,17	33,19	40,62	43,3	90,83	70,61	
10,61	11,25	18,03	19,99	21	23,84	21,58	21,91	24,3	27,41	42,42	89,68	90,32	90,37	44,21	78,81	
7,76	15,33	17,96	23,58	23,75	17,5	26,18	27,4	22,3	24,6	29,62	34,98	40,41	65,45	66,02	70,72	
6,9	13,29	11,1	15,5	16,7	17,5	22,9	23,8	22,2	26,5	30,3	53,27	61,33	53,05	62,07	49,89	



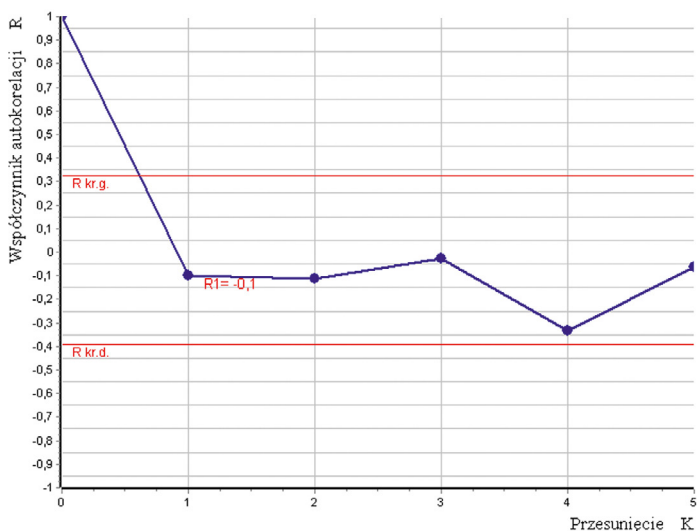
Rys. 18. Hietogram opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą POT dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

Tab. 8. Wynik analizy niejednorodności dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą POT dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

Analiza niejednorodności
Posterunek opadowy: RZESZÓW–JASIONKA Typ: POT Zmienna 60 m
Maksymalny opad w ciągu rocznym
Weryfikacja elementów odstających – Test Grubbsa i Becka Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,1000$ element P[10] = 48,31 oraz element P[26] = 45,75 w badanym ciągu został rozpoznany jako element odstający.
Weryfikacja niezależności – Test serii. Wynik testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej $H_0$ , co świadczy o losowym wyborze elementów do badanego ciągu i oznacza, że badana zmienna losowa jest niezależna. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,6074$ .
Weryfikacja stacjonarności – Testy Kruskala-Wallisa. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej $H_0$ , co oznacza, że w ciągu nie wykryto skoku wartości średniej, tj. ciąg pomiarowy jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,9503$ .
Weryfikacja stacjonarności – Test współczynnika korelacji rangowej Spearmana na trend wartości średniej. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy $H_0$ , co oznacza, że badany ciąg pomiarowy nie posiada trendu wartości średniej i jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,6183$ .
Weryfikacja stacjonarności – Test współczynnika korelacji rangowej Spearmana na trend wariancji. Wyniki testowania: Na przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,0500$ nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy $H_0$ , co oznacza, że badany ciąg pomiarowy nie posiada trendu wariancji i jest stacjonarny. Minimalny poziom istotności, na którym $H_0$ jest odrzucona wynosi $\alpha = 0,6216$ .



Rys. 19. Graficzny wynik testu Grubbsa-Becka dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą POT dla punktu pomiarowego Rzeszów-Jasionka. Wartości dwóch elementów ciągu  $P_{10}$  i  $P_{26}$  są powyżej górnej  $P_g$  granicy testowania, co oznacza, że w ciągu występują dwa elementy odstające (outliers). Po analizie genetycznej stwierdzono, że nie są to błędy grube, lecz naturalne, losowe zachowanie się zjawiska opadu.



Rys. 20. Graficzny wynik testu współczynnika autokorelacji Andersona dla ciągu opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych metodą POT dla punktu pomiarowego Rzeszów-Jasionka. Wartość współczynnika autokorelacji  $R_{K=1}$  z przesunięcie  $K = 1$  znajduje się między dolną  $R_{kr,d}$  a górną  $R_{kr,g}$  granicą krytyczną testu, co oznacza, że elementy ciągu nie są ze sobą wzajemnie skorelowane, a co za tym idzie są niezależne.

### 3. DOBÓR MODELI PROBABILISTYCZNYCH DLA PUNKTÓW POMIAROWYCH OPADÓW MAKSYMALNYCH – ESTYMACJA PUNKTOWA

#### 3.1. Wstęp

Do opracowania i doboru punktowych (tj. dla badanych stacji pomiarowych) modeli probabilistycznych opadów maksymalnych, o założonym czasie trwania i określonym prawdopodobieństwie przewyższenia, wykorzystano trójparametrowe teoretyczne rozkłady prawdopodobieństwa, tj.: przesunięty rozkład gamma (Pearsona typu III), rozkład logarytmiczno-normalny, rozkład Weibulla (Fishera-Tippetta typ III) i rozkład log-gamma oraz dwuparametryczny rozkład Gumbela. Procedura wyboru najlepszego rozkładu obejmowała: estymację parametrów metodą największej wiarygodności, testowanie hipotezy o zgodności teoretycznej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa z rozkładem empirycznym za pomocą testu  $\chi^2$ -Pearsona [Neyman 1949], wybór najlepiej dopasowanej funkcji w ramach poszczególnych typów wg kryterium minimalnej odległości Kołmogorowa [Pratt, Gibbons 1981], wybór najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa ze zbioru najlepiej dopasowanych funkcji różnych typów wg kryterium informacyjnego Akaike [Akaike 1974] oraz weryfikację najbardziej wiarygodnej funkcji za pomocą jednowymiarowych testów zgodności: Kołmogorowa-Smirnowa [Genest i in. 2009], Andersona-Darlinga [Anderson, Darling 1954], Lio-Shimokawy [Liao, Shimokawa 1999] i Kuipera [Kozioł 1996].

#### 3.2. Wybór modeli probabilistycznych opadów maksymalnych

Obliczanie maksymalnego opadu o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia realizowane było przy wykorzystaniu probabilistycznych modeli własności losowych zmiennych ( $P_t^{AMP}$ ) i ( $P_t^{POT}$ ). Analiza własności losowych opadów maksymalnych stanowiła podstawę przyjęcia potencjalnych modeli rozkładów prawdopodobieństwa: gamma – opisany wzorami (1) i (2), Weibulla (3) i (4), log-gamma (5) i (6), log-normalny (7) i (8) oraz Gumbela (9) i (10). Pierwsze cztery modele są rozkładami 3-parametrowymi o następujących parametrach:  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ),  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) lub  $\mu$  ( $\mu > 0$ ), i  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \leq x \leq +\infty$ ), reprezentującymi odpowiednio: parametr skali, kształtu i położenia – tzw. dolne (lewostronne) ograniczenie rozkładu prawdopodobieństwa. W rozkładzie Gumbela (G), opisanym wzorami (9) i (10), występują tylko dwa parametry: skali ( $\alpha$ ) i kształtu ( $\mu$ ).

Funkcję gęstości  $f(x)$  i kwantyl  $x_p$  rozkładu gamma (GA) przedstawiają wzory [Gupta, Kundu 2001]:

$$f(x) = \frac{(x-\varepsilon)^{\lambda-1}}{\alpha^\lambda \Gamma(\lambda)} \exp\left(-\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right) \quad (1)$$

$$x_p = \varepsilon + \alpha t_p(\lambda) \quad (2)$$

gdzie:  $\Gamma(\lambda) = \int_0^\infty t^{\lambda-1} \exp(-t) dt$  – funkcja gamma Eulera,  $x$  – wartość zmiennej losowej  $X$ ,  $x_p$  – kwantyl teoretycznej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa GA,  $t_p(\lambda)$  – kwantyl standaryzowanego rozkładu gamma o prawdopodobieństwie przewyższenia  $p$ .

Funkcja gęstości i kwantyl rozkładu Weibulla (WE) są zdefiniowane następująco [Gupta, Kundu 2001]:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\alpha} \left(\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)^{\lambda-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)^\lambda\right] \quad (3)$$

$$x_p = \alpha \left[-\ln(1 - (1 - p)^\lambda)\right]^{\frac{1}{\lambda}} + \varepsilon \quad (4)$$

Funkcja gęstości i kwantyl rozkładu log-gamma (LGA) są przedstawione następującymi wzorami [Bailey i in. 2007]:

$$f(x) = \frac{(\ln x - \ln \varepsilon)^{\lambda-1}}{\alpha^\lambda \Gamma(\lambda) x} \exp\left(-\frac{\ln x - \ln \varepsilon}{\alpha}\right) \quad (5)$$

$$x_p = \varepsilon \exp[\alpha t_p(\lambda)] \quad (6)$$

Funkcja gęstości i kwantyl rozkładu log-normalnego (LN) są przedstawione następująco [Hogg, Craig 1978]:

$$f(x) = \frac{1}{(x-\varepsilon)\alpha\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-\varepsilon)-\mu}{\alpha}\right)^2\right] \quad (7)$$

$$x_p = \exp\left[\mu + \frac{\alpha\sqrt{2}}{\operatorname{erf}(2(1-p)-1)}\right] + \varepsilon \quad (8)$$

gdzie:  $\operatorname{erf}(\dots)$  – funkcja błędu Gaussa, pozostałe oznaczenia jak wyżej z wyjątkiem  $x_p$ , który oznacza kwantyle teoretycznych funkcji odpowiednio rozkładów WE, LGA i LN.

Funkcja gęstości rozkładu Gumbela (G) opisana jest następującymi wzorami [Willemsse, Kaas 2007]:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-\mu}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\alpha}\right)\right] \quad (9)$$

$$x_p = -\alpha \ln[-\ln(1-p)] + \mu \quad (10)$$

gdzie:  $x_p$  – kwantyl rozkładu G.

W opracowanym modelu PMAxTP przyjęto założenie, że każdy typ rozkładu jest reprezentowany przez rodzinę przesuniętych względem siebie funkcji  $f(x)$ , z których każda ma pewną ustaloną wartość dolnego ograniczenia ( $\varepsilon_i$ ) i spełnia warunek  $0 \leq \varepsilon_i < \min_{1 \leq j \leq N} (x_j)$ , przy czym  $N$  jest liczebnością próby losowej,  $\varepsilon_i$  może przyjmować wartości od 0 do minimalnej wartości zmiennej ( $X$ ) w próbie losowej ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). Stąd dolne ograniczenie ( $\varepsilon_i$ ) konkretnej  $i$ -tej funkcji należącej do rodziny wybranego typu rozkładu jest wyróżnikiem tej funkcji w rodzinie i nie podlega estymacji.

### 3.3. Estymacja parametrów rozkładów prawdopodobieństwa oraz wybór najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa

Dobór rozkładów prawdopodobieństwa oraz estymacja parametrów ich funkcji gęstości metodą największej wiarygodności (ML) dokonane zostały z wykorzystaniem dedykowanego oprogramowania PMAxTP [Ciupak, Ozga-Zieliński 2021], opisanego w dalszej części opracowania, zgodnie z następującą procedurą:

- (i) Estymacja parametrów czterech typów funkcji należących do rodziny rozkładów prawdopodobieństwa: GA, WE, LGA i LN, dla ustalonej wartości oraz zakresu zmienności dolnego ograniczenia rozkładu prawdopodobieństwa  $\varepsilon_i$  dla  $i$ -tej funkcji należącej do rodziny wybranego rozkładu prawdopodobieństwa. W rozkładzie G parametry są estymowane dla pojedynczej funkcji, brak dolnego ograniczenia rozkładu ( $\varepsilon$ ).
- (ii) Otrzymanie  $i$  zestawów oszacowanych wartości parametrów dla każdej wybranej funkcji rozkładów prawdopodobieństwa w wyniku rozwiązania układów równań wg jawnych wzorów lub wyznaczenia zestawu wartości parametrów za pomocą numerycznych metod Brenta lub Newtona [Chapra, Canale 2006].

- (iii) Sprawdzenie zgodności przyjętego rozkładu teoretycznego z rozkładem empirycznym przeprowadzono poprzez zastosowanie testu zgodności  $\chi^2$ -Pearsona przy poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ .
- (iv) Utworzenie zespołu niesprzecznych funkcji rozkładów prawdopodobieństwa ze wszystkich funkcji rozkładów prawdopodobieństwa, dla których hipoteza o zgodności nie została odrzucona. Zespoły niesprzecznych funkcji tworzone są oddzielnie dla każdego wybranego typu funkcji rozkładu prawdopodobieństwa, tj. GA, WE, LGA i LN.
- (v) Wybór najlepiej dopasowanych funkcji w ramach poszczególnych typów rozkładów. Dla każdego zastosowanego typu rozkładu teoretycznego może istnieć wiele niesprzecznych funkcji z różnymi wartościami dolnego ograniczenia  $\varepsilon_i$ . Wybierana jest tylko jedna funkcja dla każdego typu rozkładu GA, WE, LGA i LN zgodnie z kryterium minimalnej odległości Kołmogorowa,  $\min(D_{\max})$ , [Pratt, Gibbons 1981; Ozga-Zielińska i in. 1999, 2005]. Funkcję rozkładu prawdopodobieństwa, dla której w ramach poszczególnego typu rozkładu odległość Kołmogorowa  $D_{\max}$  osiąga minimalną wartość, nazywa się funkcją najlepiej dopasowaną w sensie kryterium odległości Kołmogorowa. Takie pojedyncze funkcje, wyznaczone dla każdego z zastosowanych typów rozkładów, tworzą zespół funkcji najlepiej dopasowanych.
- (vi) Wybór najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa ze zbioru najlepiej dopasowanych funkcji różnych typów, tj. GA, WE, LGA, LN i G, przeprowadza się obliczając dla każdej funkcji określonego typu wartość kryterium informacyjnego Akaike (AIC). Za funkcję najbardziej wiarygodną przyjmuje się tę funkcję, dla której kryterium AIC przyjmuje wartości najmniejszą.

### 3.4. Weryfikacja najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa

Weryfikacja najbardziej wiarygodnych rozkładów maksymalnych wysokości opadów  $P_T^{\text{AMP}}$  i  $P_T^{\text{POT}}$  realizowana była przy zastosowaniu nieparametrycznych testów zgodności, badających moc dopasowania najbardziej wiarygodnego teoretycznego modelu matematycznego z modelem empirycznym. Weryfikację rozkładów skoncentrowano na ich części ogonowej. Ogony rozkładów są istotne z punktu widzenia wystąpienia ekstremalnych wartości zmiennej losowej, tzn. wartości o bardzo małych prawdopodobieństwach przewyższenia. W związku z tym do oceny dobroci zgodności dopasowania rozkładów zastosowano następujące jednowymiarowe testy statystyczne: Kołmogorowa-Smirnowa ( $D_{K-S}$ ), Andersona-Darlinga ( $D_{A-D}$ ), Liao-Shimokawy ( $D_{L-S}$ ) i Kuipera ( $D_K$ ). Test  $D_{K-S}$  może być użyty do weryfikacji dużych odchyień teoretycznej dystrybuanty od empirycznej. Test  $D_{A-D}$  jest wrażliwy na odchylenia w części ogonowej, podczas gdy test  $D_{L-S}$  jest średnią ważoną odległości między teoretycznym a empirycznym rozkładem prawdopodobieństwa w całym zakresie realizacji badanej zmiennej losowej i uważany jest za najodpowiedniejszy do sprawdzenia rozkładów Gumbela i Weibulla [Liao, Shimokawa 1999]. Test  $D_K$  zastosowano do weryfikacji mocy dopasowania rozkładu w jego środkowej części, jak również w dolnej i górnej części ogona rozkładu.

Procedurę wyboru modelu probabilistycznego kończy porównanie oszacowanych błędów kwantyli wynikających z losowości próby opadów maksymalnych wyselekcjonowanych metodą AMP i POT, tj.  $P_T^{\text{AMP}}$  i  $P_T^{\text{POT}}$ .

Poniżej przedstawiono nieparametryczne testy mocy dopasowania do badania zgodności najbardziej wiarygodnych rozkładów teoretycznych z ciągami obserwacji opadów maksymalnych (rozkład empiryczny) wykorzystane w obliczeniach modelu PMASTP:

- (i) Statystyka Kolmogorowa-Smirnowa ( $D_{K-S}$ ):

$$D_{K-S} = \max_{1 \leq i \leq n} (\delta_i), \text{ gdzie: } \delta_i = \max \left[ \frac{i}{n} - F_0(x_i; \hat{\theta}), F_0(x_i; \hat{\theta}) - \frac{i-1}{n} \right] \quad (11)$$



gdzie:  $n$  – liczebność próby losowej,  $F_0(x_i; \hat{\theta})$  – funkcja rozkładu teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa dla szacowanego wektora parametru  $\hat{\theta}$ .

(ii) Statystyka Andersona-Darlinga ( $D_{A-D}$ ):

$$D_{A-D} = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ (2i-1) \ln F_0(x_i; \hat{\theta}) + (2n+1-2i) \ln (1 - F_0(x_{n+1-i}; \hat{\theta})) \right\} \quad (12)$$

(iii) Statystyka Liao-Shimokawy ( $D_{L-S}$ ):

$$D_{L-S} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{\max \left[ \frac{i}{n} - F_0(x_i; \hat{\theta}), F_0(x_i; \hat{\theta}) - \frac{i-1}{n} \right]}{\sqrt{F_0(x_i; \hat{\theta}) [1 - F_0(x_i; \hat{\theta})]}} \quad (13)$$

(iv) Statystyka Kuipera ( $D_K$ ):

$$D_K = \max_{1 < i \leq n} (\delta_i^+) + \max_{1 < i \leq n} (\delta_i^-) \quad (14)$$

gdzie:  $\delta_i^+ = \max \left[ \frac{i}{n} - F_0(x_i; \hat{\theta}) \right]$ ,  $\delta_i^- = \max \left[ F_0(x_i; \hat{\theta}) - \frac{i-1}{n} \right]$

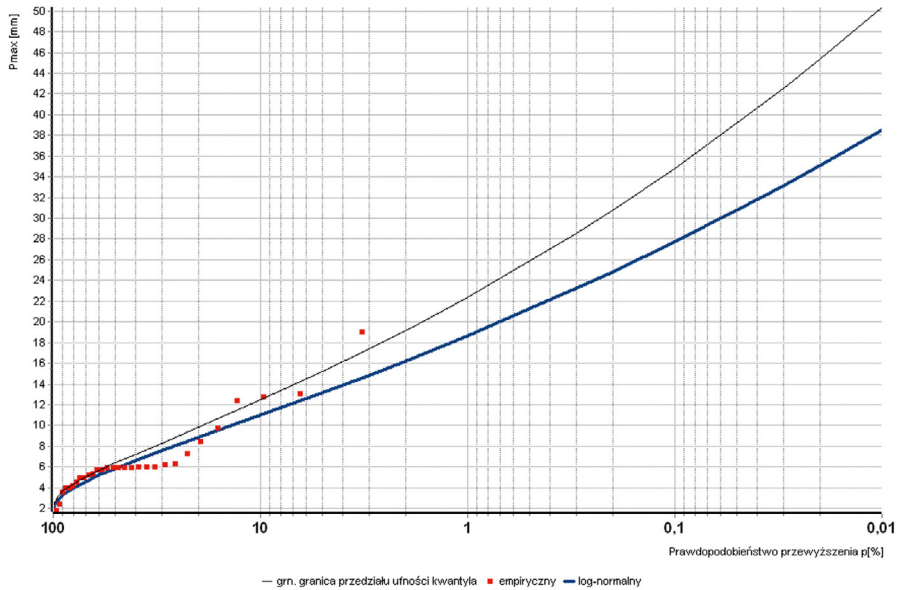
### 3.5. Korekta charakterystyk probabilistycznych opadów maksymalnych

W trakcie doboru modeli probabilistycznych okazało się, że ciągi opadów maksymalnych o różnych czasach trwania, uzyskane zarówno metodą AMP i POT, stanowiły próby losowe osobliwe w 26 punktach pomiarowych, tj. na podstawie tych ciągów nie można było dopasować żadnego rozkładu prawdopodobieństwa, a w konsekwencji nie można było utworzyć zbioru funkcji niesprzecznych, które pozwoliłyby znaleźć funkcję najbardziej wiarygodną. Są to ciągi opadów maksymalnych, dla których test zgodności  $\chi^2$ -Pearsona odrzucił, na przyjętym dla wszystkich testowanych ciągów poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , wszystkie brane pod uwagę modele probabilistyczne (teoretyczne rozkłady prawdopodobieństwa). Przykład skrajnego doboru rozkładów prawdopodobieństwa dla ciągów osobliwych opadów maksymalnych uzyskanych metodą AMP i POT pokazano odpowiednio na rysunkach 21 i 22.

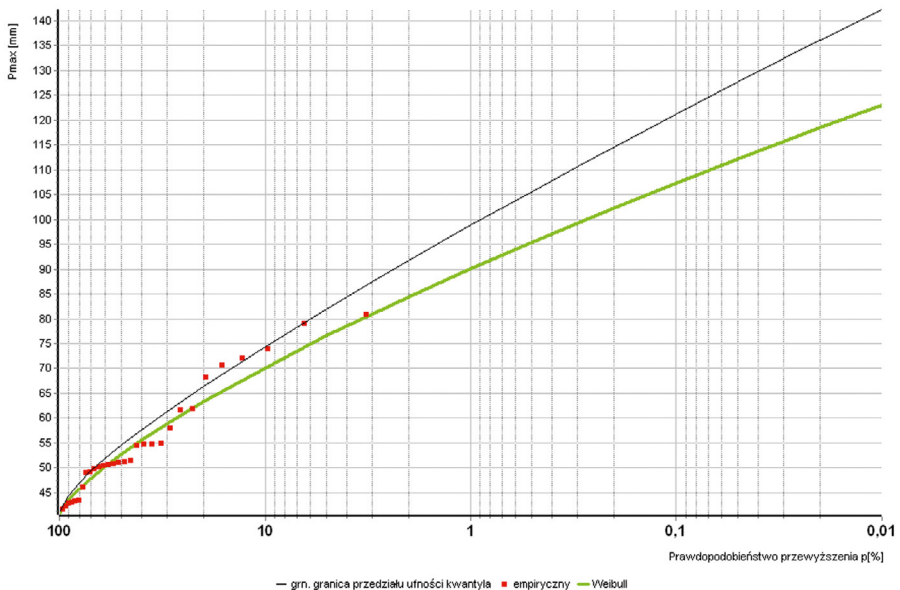
Dla ciągów AMP i POT, dla których nie można było dobrać rozkładu prawdopodobieństwa na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  testu zgodności  $\chi^2$ -Pearsona, tam gdzie to było możliwe obniżono poziom istotności testu tak, aby rozkład ostatecznie został wybrany. Jednocześnie rozważano wykonanie obliczeń bez występowania w ciągach elementów odstających, tzw. outliersów, które mogłyby mieć wpływ na niemożność doboru rozkładu prawdopodobieństwa dla ciągów opadów z ich dużą liczbą. Jednak bezkrytyczne odrzucanie „ouliersów” prowadzić może do utraty informacji o badanym zjawisku, tj. o możliwości naturalnego powstawania opadów maksymalnych o bardzo dużych wartościach. Zatem jeśli odnotowane duże wartości wysokości opadu nie są obarczone błędami grubymi, lecz są naturalnym zachowaniem się zjawiska opadu, były one pozostawiane w ciągach i uwzględniane przy doborze rozkładów prawdopodobieństwa. Należy również zwrócić uwagę, że przyczyną braku możliwości doboru rozkładu jest nie tylko występowanie w ciągach dużych wartości wysokości opadów maksymalnych, ale również występowanie dużej liczby opadów o tej samej wysokości lecz o różnym prawdopodobieństwie empirycznym, co oznacza, że elementy próby losowej układają się „równolegle” do osi odciętych – osi prawdopodobieństwa – co można zauważyć w wielu przypadkach na rysunkach 21 i 22. Podczas obliczeń kwantyli opadów maksymalnych stwierdzono również, że wartości kwantyli w niektórych przypadkach są mniejsze dla dłuższych czasów trwania opadu niż dla krótszych. Zgodnie z prawami fizyki, dla coraz dłuższych czasów trwania opadu ich kwantyle powinny mieć wartości coraz większe. W związku z tym sprawdzono przebiegi wartości kwantyli w funkcji czasu trwania opadu dla wszystkich punktów pomiarowych i obu ciągów AMP i POT. W tym celu

przygotowano odpowiedni program komputerowy do wykonania weryfikacji i wygładzenia wartości kwantyli zgodnie z przyjętym modelem funkcji potęgowej, o ogólnej postaci:  $P_{\max}(t,p) = at^b$  dla wszystkich prawdopodobieństw przewyższenia  $p \in \{99,9, 99,5, 99, 98,5, 98, 95, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 5, 3, 2, 1, 0,5, 0,3, 0,2, 0,1, 0,05, 0,03, 0,02, 0,01\}$  (%) i czasów trwania opadu  $t \in \{5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320\}$  (min).

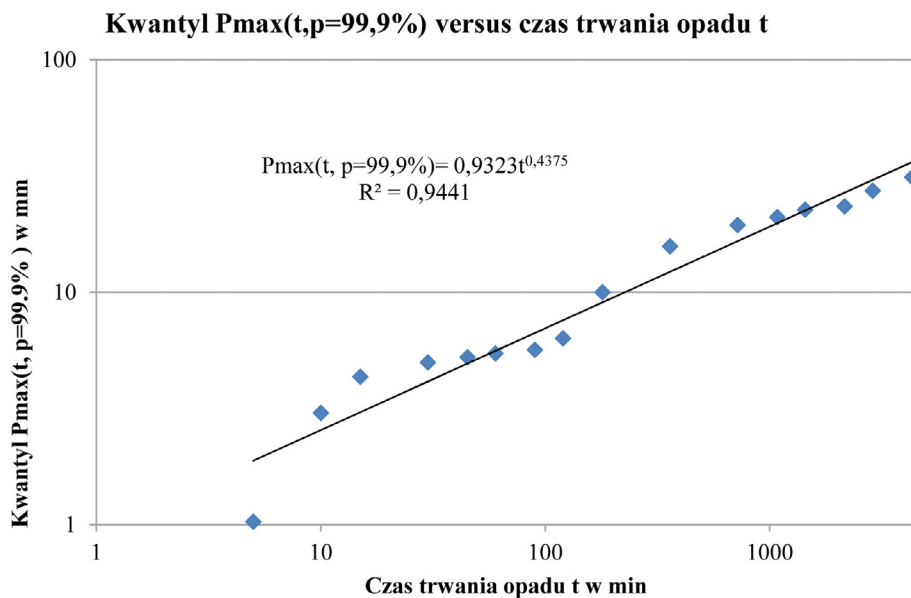
Przykłady funkcji potęgowej dla ciągu opadu maksymalnego uzyskanego metodą AMP o czasie trwania  $t = 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320$  min i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p = 99,9\%$  i  $10\%$  dla punktu pomiarowego Miechów pokazano odpowiednio na rysunkach 23 i 24.



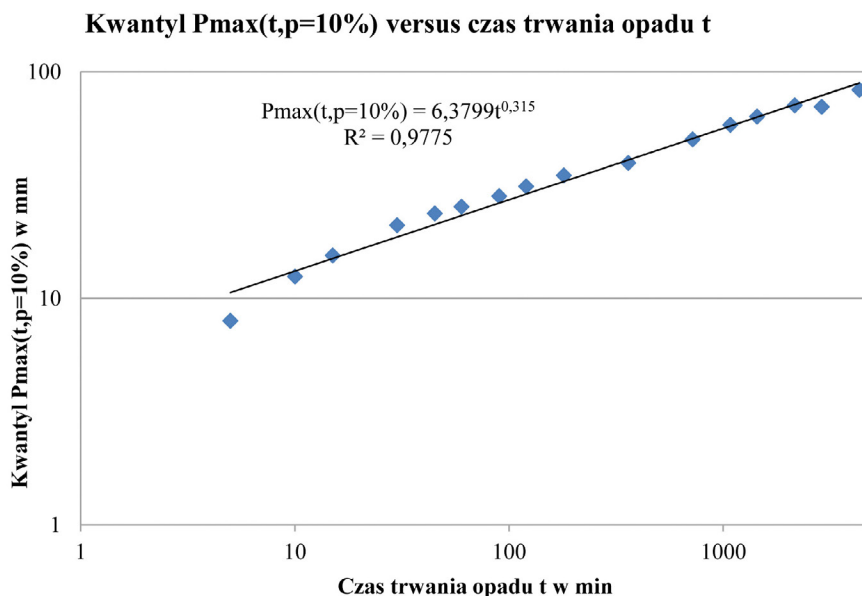
Rys. 21. Jednorodny ciąg wysokości opadów maksymalnych (czerwone kropki) o czasie trwania 5 min uzyskany metodą AMP dla punktu pomiarowego Kraków–Balice, dla którego rozkład prawdopodobieństwa został przyjęty przez test  $\chi^2$ -Pearsona dopiero na poziomie istotności  $\alpha = 0,000001$ , tj. dużo mniejszym niż dopuszczalny 0,05.



Rys. 22. Jednorodny ciąg wysokości opadów maksymalnych (czerwone kropki) o czasie trwania 1440 min uzyskany metodą POT dla punktu pomiarowego Nowy Sącz, dla którego rozkład prawdopodobieństwa został przyjęty przez test  $\chi^2$ -Pearsona dopiero na poziomie istotności  $\alpha = 0,0001$ , tj. dużo mniejszym niż dopuszczalny 0,05.



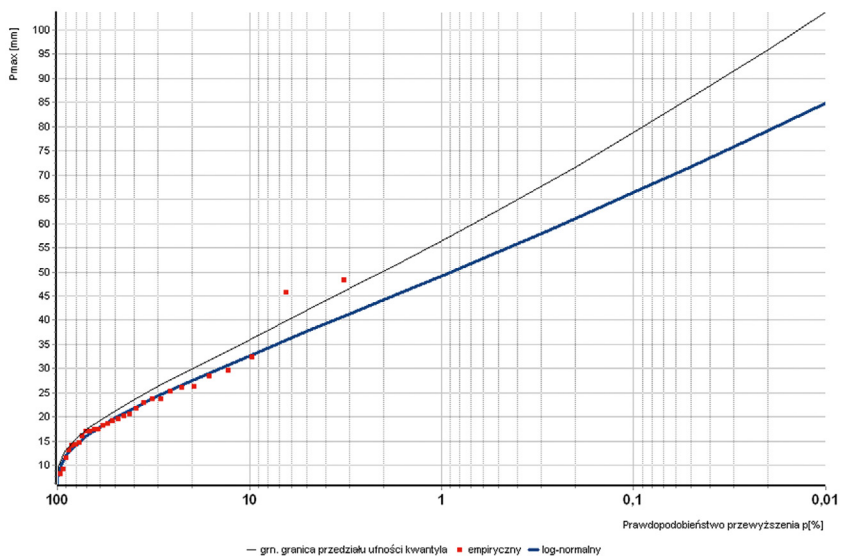
Rys. 23. Przyjęty model funkcji potęgowej dla ciągu opadu maksymalnego uzyskanego metodą AMP o czasie trwania  $t = 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320$  min i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p = 99,9\%$  dla punktu pomiarowego Miechów.  
Współczynnik determinacji  $R^2 = 0,9441$ .



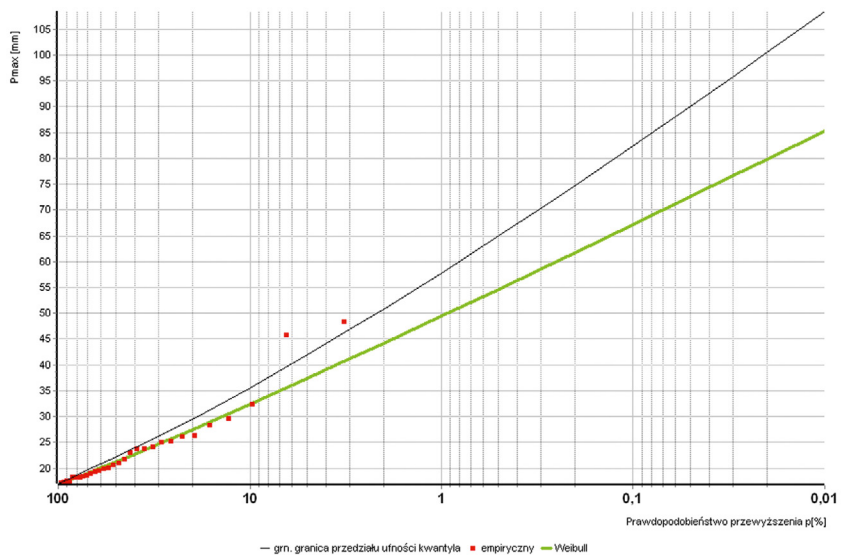
Rys. 24. Przyjęty model funkcji potęgowej dla ciągu opadu maksymalnego uzyskanego metodą AMP o czasie trwania  $t = 5, 10, 15, 30, 45, 60, 90, 120, 180, 360, 720, 1080, 1440, 2160, 2880, 4320$  min i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p = 10\%$  dla punktu pomiarowego Miechów.  
Współczynnik determinacji  $R^2 = 0,9775$ .

### 3.6. Prezentacja charakterystyk probabilistycznych opadów maksymalnych

Poniżej przedstawiono przykłady obliczonych charakterystyk opadów maksymalnych uzyskanych odpowiednio dla ciągów AMP (tab. 9 i rys. 25) i POT (tab. 10 i rys. 26).



Rys. 25. Wykres najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa (log-normalny) największych rocznych wysokości opadów o czasie trwania  $t = 60$  min uzyskanych na podstawie ciągu AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.



Rys. 26. Wykres najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa (Weibull) największych rocznych wysokości opadów o czasie trwania  $t = 60$  min, uzyskanych na podstawie ciągu POT dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

Tab. 9. Raport z obliczeń największych rocznych wysokości opadów o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla czasu trwania  $t = 60$  min, uzyskanych na podstawie ciągu AMP dla punktu pomiarowego Rzeszów–Jasionka.

<b>Raport z obliczeń największych rocznych opadów o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia</b>
Posterunek opadowy: RZESZÓW–JASIONKA Typ obserwacji: AMP Zmienna: 60 m
<p><b>MAKSYMALNE ROCZNE OPADY</b></p> <p>Wartości charakterystyczne z próby o liczebności <math>N = 30</math> elementów</p> <p>Najmniejszy element: 8,20</p> <p>Największy element: 48,31</p> <p>Średnia arytmetyczna: 21,42</p> <p>Odchylenie standardowe: 8,91</p> <p>Współczynnik zmienności: 0,416</p> <p>Współczynnik skośności: 1,377</p> <p>Najlepiej dopasowane funkcje poszczególnych typów rozkładów wg kryterium minimalnej odległości Kołmogorowa <math>D_{max}</math></p> <p>Rozkład gamma:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 7,8961\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 3,400</math>  <math>\alpha = 3,960</math>; <math>\lambda = 4,550</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,5285  odrzucono 0 z 82</p> <p>Rozkład Weibulla:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 9,4142\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 6,700</math>  <math>\alpha = 16,553</math>; <math>\beta = 1,739</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 2,5407  odrzucono 0 z 82</p> <p>Rozkład log-normalny:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 8,6704\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 0,000</math>  <math>\mu = 2,987</math>; <math>\sigma = 0,391</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,3095  odrzucono 2 z 82</p> <p>Rozkład log-gamma:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 9,4910\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 0,100</math>  <math>\mu = 0,029</math>; <math>\sigma = 182,206</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,3776  odrzucono 1 z 81</p> <p>Rozkład Gumbela:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 7,5999\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 0,000</math>  <math>\mu = 0,153</math>; <math>\beta = 17,557</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,0536  odrzucono 0 z 1</p>

Wartość krytyczna testu zgodności Chi-kwadrat = 7,8147 na poziomie = 0,0500

Wybór jednej najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu wg minimalnej wartości kryterium informacyjnego Akaike (AIC)

Rozkład gamma: 212,51441

Rozkład Weibulla: 213,06632

Rozkład log-normalny: 211,99761 <=< minimalna wartość

Rozkład log-gamma: 212,02002

Rozkład Gumbela: 212,01368

#### ROZKŁAD PRAWDOPODOBIENSTWA MAKSYMALNYCH ROCZNYCH OPADÓW

Najbardziej wiarygodna funkcja rozkładu prawdopodobieństwa log-normalny z dolnym ograniczeniem rozkładu  $d = 0,000$  i parametrami estymowanymi metodą NW:  $m_i = 2,987$ ,  $\sigma = 0,391$

Prawdopod.	Opad	P. ufności	Względny błąd kwantyla	Uwagi	Granice niepewności	
p [%]	Pmax,p	Palfa = 84%	delta [%]		dolna	górna
99,9	5,92	7	18,71		5	7
99,5	7,24	8,4	15,99		6,7	7,6
99	7,98	9,2	14,73		7,6	8,3
98,5	8,48	9,7	13,97		8,1	8,8
98	8,88	10,1	13,41		8,5	9,1
95	10,42	11,6	11,57		9,7	10,6
90	12,01	13,2	10,11		11,2	12,1
80	14,26	15,5	8,66		13,7	14,5
70	16,15	17,4	7,91		15,9	16,3
60	17,95	19,3	7,52		17,8	18,2
50	19,82	21,3	7,4		19,6	20,1
40	21,89	23,5	7,52		21,7	22,4
30	24,33	26,3	7,91		24,2	25,1
20	27,55	29,9	8,66		27,3	28,5
10	32,72	36	10,11		32,2	33,4
5	37,71	42,1	11,57		36,9	38,4
3	41,35	46,6	12,61		40,3	42,4
2	44,25	50,2	13,41		42,7	45,7
1	49,22	56,5	14,73		46,5	51,5
0,5	54,27	62,9	15,99		49,9	57,4
0,3	58,04	67,8	16,88		52,2	62
0,2	61,07	71,8	17,57		54	65,7
0,1	66,35	78,8	18,71		57	72,3
0,05	71,76	86	19,82		59,8	79,2
0,03	75,83	91,5	20,6	?	61,9	84,5
0,02	79,11	95,9	21,22	?	63,4	88,9
0,01	84,85	103,7	22,24	?	66	96,6

? oznacza za mały rozmiar próby losowej.

Tab. 10. Raport z obliczeń największych rocznych wysokości opadów o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla czasu trwania  $t = 60$  min, uzyskanych na podstawie ciągu POT dla punktu pomiarowego Rzeszów-Jasionka.

<b>Raport z obliczeń największych rocznych opadów o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia</b>
Posterunek opadowy: RZESZÓW–JASIONKA Typ obserwacji: POT Zmienna: 60 m
<p><b>MAKSYMALNE ROCZNE OPADY</b></p> <p>Wartości charakterystyczne z próby o liczebności <math>N = 30</math> elementów</p> <p>Najmniejszy element: 17,16</p> <p>Największy element: 48,31</p> <p>Średnia arytmetyczna: 23,51</p> <p>Odchylenie standardowe: 7,40</p> <p>Współczynnik zmienności: 0,315</p> <p>Współczynnik skośności: 2,087</p> <p>Najlepiej dopasowane funkcje poszczególnych typów rozkładów wg kryterium minimalnej odległości Kołmogorowa <math>D_{max}</math></p> <p>Rozkład gamma:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 7,2783\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 17,000</math>  <math>\alpha = 7,015</math>; <math>\lambda = 0,928</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,6451  odrzucono 42 z 86</p> <p>Rozkład Weibulla:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 6,9577\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 17,000</math>  <math>\alpha = 6,285</math>; <math>\beta = 0,930</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,6671  odrzucono 68 z 86</p> <p>Rozkład log-normalny:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 8,6941\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 15,800</math>  <math>\mu = 1,687</math>; <math>\sigma = 0,826</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,4914  odrzucono 0 z 88</p> <p>Rozkład log-gamma:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 8,2308\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 16,600</math>  <math>\mu = 0,201</math>; <math>\sigma = 1,540</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 1,4391  odrzucono 0 z 85</p> <p>Rozkład Gumbela:  odległość Kołmogorowa <math>D_{max} = 13,9816\%</math>  funkcja z dolnym ograniczeniem <math>d = 0,000</math>  <math>\mu = 0,241</math>; <math>\beta = 20,665</math>  sprawdzian testu Chi-kwadrat = 4,7494  odrzucono 0 z 1</p>



Wartość krytyczna testu zgodności Chi-kwadrat = 7,8147 na poziomie = 0,0500

Wybór jednej najbardziej wiarygodnej funkcji rozkładu wg minimalnej wartości kryterium informacyjnego Akaike (AIC)

Rozkład gamma: 176,31105

Rozkład Weibulla: 176,14225 <=< minimalna wartość

Rozkład log-normalny: 178,94320

Rozkład log-gamma: 177,96666

Rozkład Gumbela: 190,59120

#### ROZKŁAD PRAWDOPODOBIENSTWA MAKSYMALNYCH ROCZNYCH OPADÓW

Najbardziej wiarygodna funkcja rozkładu prawdopodobieństwa Weibulla z dolnym ograniczeniem rozkładu  $d = 17,000$  i parametrami estymowanymi metodą NW:  $\alpha = 6,285$ ,  $\beta = 0,930$

Prawdopod.	Opad	P. ufności	Względny błąd kwantyla	Uwagi	Granice niepewności	
p [%]	Pmax,p	Palfa = 84%	delta [%]		dolna	górna
99,9	17	17	0,03		12,6	17
99,5	17,02	17	0,11		13,7	17
99	17,04	17,1	0,21		14,3	17
98,5	17,07	17,1	0,3		14,7	17,1
98	17,09	17,2	0,38		15	17,1
95	17,26	17,4	0,83		16,1	17,3
90	17,56	17,8	1,45		17,2	17,7
80	18,25	18,7	2,43		18,3	18,7
70	19,08	19,7	3,23		19,1	19,9
60	20,05	20,8	3,93		20,1	21
50	21,24	22,2	4,6		21,2	22,2
40	22,72	23,9	5,32		22,5	23,5
30	24,67	26,2	6,21		24,1	25
20	27,48	29,5	7,49		26,6	27,5
10	32,4	35,6	9,8		30	32,4
5	37,44	42	12,1		33	37,4
3	41,2	46,9	13,74		35,2	41,5
2	44,23	50,9	14,98		36,9	45,4
1	49,44	57,8	16,99		39,8	52,9
0,5	54,72	65	18,85		42,7	61,5
0,3	58,64	70,4	20,13	?	44,8	68,7
0,2	61,77	74,8	21,09	?	46,5	75
0,1	67,16	82,4	22,64	?	49,4	87,1
0,05	72,59	90,1	24,08	?	52,3	101
0,03	76,62	95,8	25,07	?	54,4	112,5
0,02	79,82	100,4	25,83	?	56,1	122,7
0,01	85,34	108,4	27,05	?	59	142

? oznacza za mały rozmiar próby losowej.

### 3.7. Opis programu PMAXTP

Program PMAXTP wer. 1.03 [Ciupak, Ozga-Zieliński 2021] jest przeznaczony do wykonania obliczeń na potrzeby doboru modeli probabilistycznych opadów maksymalnych. Zgodnie z przyjętą koncepcją modelu PMAXTP, przedstawioną na rysunku 1, realizuje on dwa moduły: (i) statystyczny – obejmujący analizę genetyczną i statystyczną ciągów opadów maksymalnych oraz (ii) obliczeniowy – obejmujący szacowanie charakterystyk opadów maksymalnych, tj. ich kwantyle, górnych granic przedziału ufności oraz błędów względnych i błędów estymacji kwantyle. Program PMAXTP dedykowany jest do przeprowadzenia powyższych obliczeń dla wybranego punktu pomiarowego, tj. doboru rozkładu prawdopodobieństwa dla zweryfikowanego w module statystycznym jednorodnego ciągu opadów pomierzonych w wybranym punkcie pomiarowym (tzw. estymacja punktowa). Natomiast uzyskanie informacji o charakterystykach opadów w dowolnych punktach na obszarze Polski, w których nie jest dokonywany pomiar opadu, realizowane jest w ramach estymacji obszarowej opisanej w rozdz. 4. Program PMAXTP jest dostępny bezpłatnie i może być używany zarówno przez pracowników IMGW-PIB, jak i zainteresowanych użytkowników zewnętrznych.

Wymagana struktura katalogów, niezbędna do prawidłowego wykonania obliczeń programem PMAXTP, składa się z katalogu głównego, np. PMAXTP, zawierającego aplikację PMAXTP i plik TDS (QMAXTP.tds), oraz podkatalogu DANE zawierającego pliki z danymi opadowymi w formacie programu Excel. Podkatalog DANE składa się z podkatalogu RAPORTY, przeznaczonego na magazynowanie, wygenerowanych w czasie działania aplikacji PMAXTP, raportów w formacie Excel i tekstowym, oraz podkatalogu WYKRESY, w którym będą automatycznie zapisywane wygenerowane wykresy w postaci plików BMP, a także podkatalogu SZABLONY zawierającego zdefiniowane cztery formaty zapisu raportów. Podkatalog RAPORTY powinien zawierać cztery podkatalogi przeznaczone na magazynowanie raportów dotyczących badania jednorodności ciągów opadowych i raportów charakterystyk opadów maksymalnych dla ciągów opadów uzyskanych metodami AMP i POT, mianowicie AMP-JEDNORODNOSC, POT-JEDNORODNOSC, AMP-CZESTOTLIWOSC i POT-CZESTOTLIWOSC. W podkatalogach dotyczących jednorodności pliki zapisywane są wyłącznie w formacie tekstowym. Natomiast w podkatalogach dotyczących częstości występowania opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia pliki zapisywane są w formatach programu Excel i tekstowym. Należy zwrócić uwagę, że wykresy dotyczące badania jednorodności są zapisywane automatycznie do podkatalogu WYKRESY w trakcie ich tworzenia w aplikacji PMAXTP i również automatycznie są usuwane przy tworzeniu wykresów związanych z doбором rozkładu prawdopodobieństwa (częstość). Uwaga powyższa dotyczy również wykresów analizy częstości. W związku z tym, chcąc zachować wykresy zapisane w podkatalogu WYKRESY, należy je skopiować do innego wcześniej utworzonego katalogu, przed przystąpieniem do obliczeń badania jednorodności i analizy częstości. Poniżej opisano najważniejsze funkcjonalności programu PMAXTP wer. 1.03.

Po uruchomieniu programu PMAXTP wyświetla się strona informacyjna programu wraz z sześcioma zakładkami umożliwiającymi podjęcie następujących działań:

1. Przetwarzanie Danych. Pozwala na wprowadzenie pliku z danymi do analizy rocznej lub wyjście z menu. Pozostałe funkcje są nieaktywne w wersji 1.03 programu QMAXTP. Analiza roczna oznacza, że pliki danych zawierają opady maksymalne roczne przygotowane metodą AMP lub POT. Po wprowadzeniu pliku z danymi wyświetla się jego zawartość oraz informacja o nazwie punktu pomiarowego, typie opadów AMP lub POT i wyborze zmiennej do analizy reprezentowanej przez czas trwania opadu  $t = 5, \dots, 4320$  min. Możliwe jest również wyświetlenie histogramu aktualnie wybranej zmiennej.
2. Badanie Jednorodności. Umożliwia analizę jednorodności genetycznej i statystycznej ciągów pomiarowych opadów. W menu wyświetla się opcja Testy Statystyczne, po wybraniu której po-

jawia się okienko informacyjne informujące o braku podania punktów niejednorodności w pliku danych i automatycznym ustawieniu przez program potencjalnego punktu niejednorodności w połowie ciągu. Po wciśnięciu OK wyświetla się menu badania jednorodności. W pierwszej kolejności należy wybrać opcję Hietogram umożliwiającą zobaczenie przebiegu czasowego opadów oraz dokonanie wyboru punktu (punktów) niejednorodności poprzez kliknięcie na słupek hietogramu zaznaczając go czerwoną linią. Kliknięcie ponowne na zaznaczony słupek likwiduje wybrany punkt niejednorodności. Klikając opcję Skok Wartości Średniej, można sprawdzić różnicę w wartościach średnich wydzielonych przyjętymi punktami niejednorodności podciągów, reprezentowanych przez odcinki prostej. Klikając opcję Trend Wartości Średniej, można zobaczyć linie trendu liniowego lub potęgowego. Poniżej podana jest liczba wybranych punktów niejednorodności i numer elementu ciągu, który wybrano jako punkt niejednorodności. Zamknięcie opcji Hietogram pozwala wrócić do menu badania jednorodności – Testy Statystyczne – którym poprzez wciśnięcie opcji Analiza otrzymuje się wyniki badania jednorodności poszczególnych testów statystycznych. Dodatkowo dla testu Grubbsa-Becka i testu współczynnika autokorelacji Andersona można zobaczyć graficzny wynik testowania (po wciśnięciu odpowiedniej opcji). Wykresy automatycznie zapisują się do podkatalogu WYKRESY. Po wciśnięciu opcji Raport można zobaczyć raport z analizy jednorodności w formacie tekstowym, który automatycznie zapisuje się do podkatalogu RAPORTY. Możliwy jest również wybór poziomu istotności testów, który standardowo ustawiony jest na poziomie  $\alpha = 0,05$ . Zamknięcie menu Badania Jednorodności – Testy Statystyczne powoduje powrót do menu głównego programu.

3. Analiza Częstości. Pozwala na wybór modelu probabilistycznego dla badanego ciągu opadów maksymalnych (AMP lub POT) i aktualnie analizowanej zmiennej reprezentowanej przez czas trwania opadu  $t = 5, \dots, 4320$  min. Po wciśnięciu opcji Modele AMP lub POT wyświetla się okienko Dane Roczne z informacjami o doborze rozkładu prawdopodobieństwa, które wypełnia się po wciśnięciu opcji Analiza. W okienku Dane Roczne wyświetlają się informacje o: statystykach badanego ciągu pomiarowego opadów, statystykach badanych rozkładów prawdopodobieństwa, wyborze najbardziej wiarygodnego rozkładu i jego parametrach oraz informacja o obliczonych kwantylach, górnych przedziałach ufności, błędach i granicach niepewności. Kliknięcie na poszczególne wartości kwantyli wyświetla odpowiadające im wartości błędów i granic przedziałów ufności i niepewności. Wciśnięcie opcji Statystyka powoduje wyświetlenie się informacji o statystycznych miarach dokładności poszczególnych rozkładów prawdopodobieństwa. Wciśnięcie opcji Wykresy wyświetla menu wyboru wyświetlania się wykresów (poprzez kliknięcie na czarne kwadraciki, a następnie po wyborze opcji Wykres). Wciśnięcie opcji Raport powoduje wyświetlenie się raportu w formacie tekstowym. Opcja Raport – csv jest nieaktywna. Wszystkie wygenerowane wykresy i raporty zapisują się automatycznie do podkatalogów, odpowiednio WYKRESY i RAPORTY. W okienku Dane Roczne możliwy jest wybór kroku wyboru dolnego ograniczenia  $d$  rozkładów prawdopodobieństwa oraz poziomu istotności testu zgodności  $\chi^2$ -Pearsona, który standardowo ustawiony jest na poziomie  $\alpha = 0,05$ . Zamknięcie menu Analiza Częstości powoduje powrót do menu głównego programu.
4. Raporty. Opcja nieaktywna w wersji 1,03 programu.
5. Typy Wykresów. Opcja pozwala na wybór Hietogramu lub Hydrogramu. Standardowo ustawiona jest opcja Hietogram.
6. Wyjście. Pozwala na opuszczenie programu QMAXTP.

W programie PMAXTP przyjęto zasadę intuicyjnego wyboru opcji realizujących poszczególne obliczenia zarówno badania jednorodności ciągów opadów maksymalnych, jak i wyboru ich modeli probabilistycznych i w konsekwencji wyznaczenia opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia.

#### 4. OPRACOWANIE MAP ROZKŁADU OBSZAROWEGO CHARAKTERYSTYK PROBABILISTYCZNYCH OPADÓW MAKSYMALNYCH – ESTYMACJA OBSZAROWA

W procesie wizualizacji i interpolacji uzyskanych danych wynikowych – punktowych wysokości opadów maksymalnych – najważniejszym elementem jest wybór odpowiedniej metody. W naukach o Ziemi i środowisku używanych jest wiele metod analiz przestrzennych. Można podzielić je na metody deterministyczne (oparte na funkcjach wielomianowych czy radialnych funkcjach bazowych), stochastyczne, tj. geostatystycznie (np. kriging czy kokriging) oraz mieszane (kriging resztowy, mieszany) [Ustrnul, Czekerda 2003]. Jednoznaczny wybór metody nie należy do oczywistych, bowiem stanowisko różnych badaczy w Polsce i na świecie nie jest jednoznaczne [Ustrnul, Czekerda 2003].

Jak wskazują Szymanowski i Kryza [2008], kriging resztowy można z powodzeniem stosować nie tylko do interpolacji temperatury powietrza [Ustrnul, Czekerda 2003; Szymanowski, Kryza 2008], ale także do interpolacji np. miesięcznych sum pola opadu w Polsce. Dlatego też w projekcie PMAJTP do prezentacji obszarowej charakterystyk probabilistycznych opadów maksymalnych wybrano metodę krigingu resztowego.

W klasycznym podejściu geostatystycznym predykcje wykonywane są poprzez wyliczenie średnich ważonych z obserwacji [Hengl i in. 2007]:

$$\hat{z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(s_i) \quad (15)$$

gdzie:  $z(s_0)$  – przewidywana wartość zmiennej docelowej w nieznannej lokalizacji  $s_0$ , biorąc pod uwagę jej współrzędne oraz dane z próby  $z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_n)$  i ich współrzędne,  $\lambda_i$  – wagi.

Wagi  $\lambda_i$  dobiera się w ten sposób, aby zminimalizować wariancję błędu predykcji, uzyskując wartości wag zależne od struktury autokorelacji przestrzennej analizowanej zmiennej. Ta procedura interpolacji jest znana jako zwykły kriging (ordinary kriging).

Alternatywą dla krigingu jest podejście regresyjne, które dokonuje predykcji poprzez modelowanie relacji pomiędzy „celem” a pomocniczymi zmiennymi środowiskowymi w danych lokalizacjach. Pozwala to na oszacowanie wartości dla innego punktu o znanych wartościach pomocniczych:

$$\hat{z}(s_0) = \sum_{k=0}^p \hat{\beta}_k \cdot q_k(s_0); \quad q_0(s_0) \equiv 1 \quad (16)$$

gdzie:  $q_k(s_0)$  – wartości zmiennych pomocniczych w lokalizacji docelowej,  $\hat{\beta}_k$  – oszacowane współczynniki regresji,  $p$  – liczba predyktorów lub zmiennych pomocniczych,  $q$  – predyktor.

Kriging resztowy jest połączeniem powyższych dwóch podejść. Model regresyjny służy do dopasowania wariantu objaśniającego, a metoda krigingu z wartościami oczekiwanymi równymi 0 służy do dopasowania reszt:

$$\hat{z}(s_0) = \hat{m}(s_0) + \hat{e}(s_0) = \sum_{k=0}^p \hat{\beta}_k \cdot q_k(s_0) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot e(s_i) \quad (17)$$

gdzie:  $m(s_0)$  – dopasowany dryf,  $e(s_0)$  – interpolowana reszta,  $\beta_k$  – oszacowane współczynniki modelu dryfu ( $\beta_0$  to oszacowany punkt przecięcia),  $\lambda_i$  – wagi określone przez strukturę zależności przestrzennych reszt,  $e(s_i)$  jest wartością reszt w lokalizacji  $s_i$ .

Współczynniki regresji  $\beta_k$  są szacowane z próbek za pomocą wybranej metody dopasowania, np. metodą najmniejszych kwadratów (OLS) lub optymalnie uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów (GLS), aby uwzględnić przestrzenną korelację między poszczególnymi obserwacjami [Cressie 1993]:

$$\hat{\beta}_{GLS} = (q^T \cdot C^{-1} \cdot q)^{-1} \cdot q^T \cdot C^{-1} \cdot z \quad (18)$$

gdzie:  $\beta_{\text{GLS}}$  – wektor oszacowanych współczynników regresji,  $C$  – macierz kowariancji reszt,  $q$  – macierz predyktorów w miejscach próbkowania,  $z$  – wektorem zmierzonych wartości zmiennej docelowej. Po oszacowaniu trendu wartości reszt można interpolować za pomocą krigingu i dodać do oszacowanego trendu.

W notacji macierzowej kriging resztowy jest zazwyczaj zapisywany jako [Christensen 2001]:

$$\hat{z}(s_0) = q_0^T \cdot \hat{\beta}_{\text{GLS}} + \lambda_0^T \cdot (z - q \cdot \hat{\beta}_{\text{GLS}}) \quad (19)$$

gdzie:  $z(s_0)$  – przewidywana wartość w lokalizacji  $s_0$ ,  $q_0$  – wektor  $p+1$  predyktorów,  $\lambda_0$  – wektor wag używanych do interpolacji reszt.

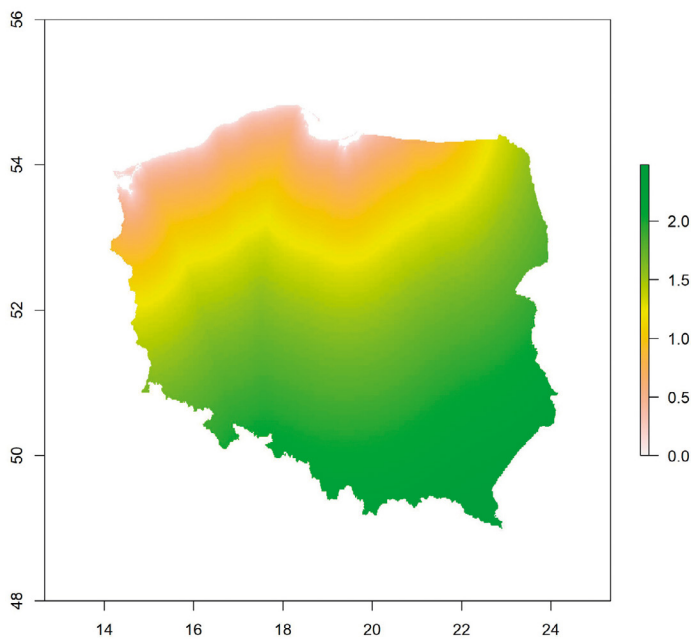
Taki model predykcji jest obciążony błędem, który odzwierciedla pozycje ekstrapolowanych punktów zarówno w przestrzeni matematycznej, jak i geograficznej:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{RK}}^2(s_0) = & (C_0 + C_1) - c_0^T \cdot C^{-1} \cdot c_0 \\ & + (q_0 - q^T \cdot C^{-1} \cdot c_0)^T \cdot (q^T \cdot C^{-1} \cdot q)^{-1} \\ & \cdot (q_0 - q^T \cdot C^{-1} \cdot c_0) \end{aligned} \quad (20)$$

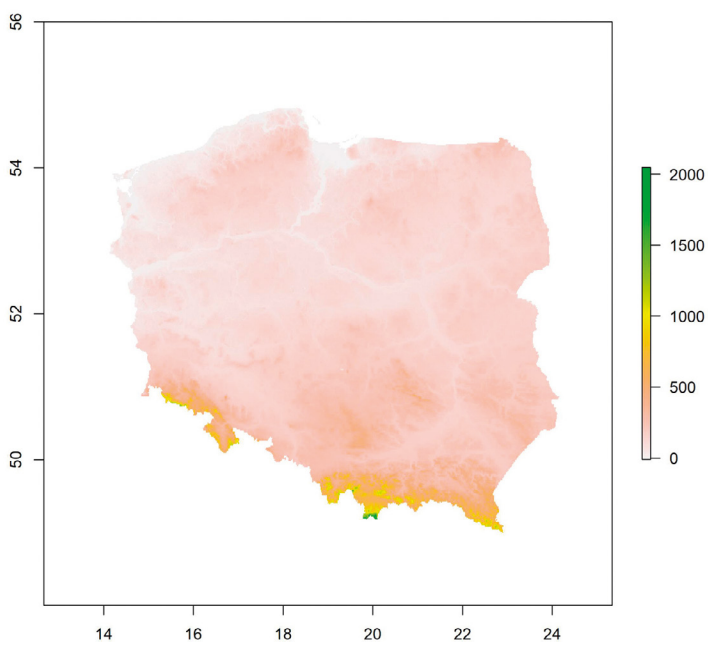
gdzie:  $C_0 + C_1$  – zmienność prognozy, a  $c_0$  – wektor kowariancji reszt w nieznannej lokalizacji.

Procedurę obliczeniową wykonano w programie R [R Core Team 2020] z użyciem niezbędnych bibliotek (*rgdal*, *rgeos*, *automap*, *raster*, *sp*, *lattice*, *gstat*, *readxl*, *RColorBrewer*, *viridis*, *gplots*, *dplyr*, *gstat*, *maps*, *mapdata*, *data.table*, *xlsx*, *tidyr*, *dplyr*, *RColorBrewer*). Pierwszym krokiem jest zbudowanie modelu opartego o wielokrotną regresję liniową – dopasowanie równań do rozpatrywanej zmiennej przestrzennej oraz pozostałych zmiennych objaśniających. Do utworzenia modelu wykorzystano: długość i szerokość geograficzną, pierwiastek odległości punktu w stopniach po ortodromie od linii brzegowej (rys. 27) oraz wysokość danego punktu w m n.p.m. (rys. 28). W następnym kroku przyjmuje się, że reszty obliczonego modelu regresyjnego  $\delta(s)$  są wartością losową. Następnie wartości  $\delta^*(s)$  oblicza się dla każdej pojedynczej stacji (punktu) (rys. 29) i interpoluje przy użyciu zwykłego krigingu. Końcowe przewidywane wartości  $Z(s)$  są uzyskane przez zsumowanie  $Z^*(s)$  i  $\delta^*(s)$  dla każdego gridu utworzonego w procesie krigingu klasycznego [Ustrnul, Czekerda 2003].

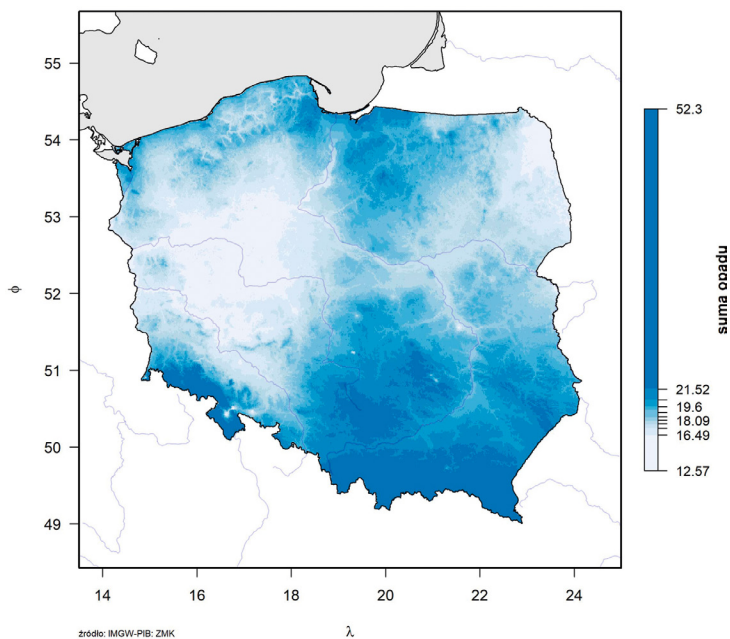
Przy wizualizacji rastrów wynikowych niezwykle ważnym elementem jest dobór liczby przedziałów i skali tak, aby były one uniwersalne i niezmiennie niezależnie od tego jak niskie czy wysokie wartości prezentuje dany model. Po analizie wielu wariantów zdecydowano na określenie przedziałów za pomocą decyli. Takie podejście zapobiega problemom mogącym wystąpić przy porównywaniu map o różnych wartościach minimalnych i maksymalnych (rys. 29 i 30), pozwalając jednocześnie na uwypuklenie zróżnicowania przestrzennego analizowanej zmiennej.



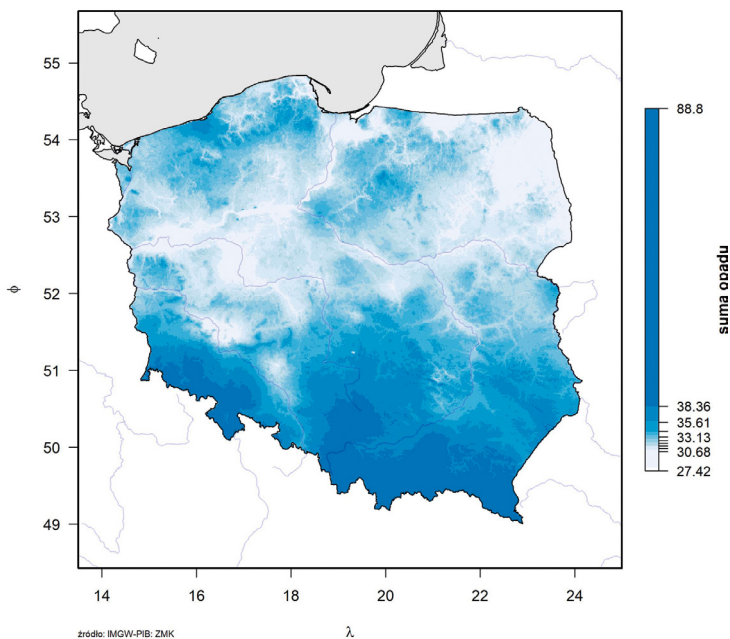
Rys. 27. Pierwiastek odległości od wybrzeża Morza Bałtyckiego (stopnie po ortodromie).



Rys. 28. Wysokość terenu  $h$  (m n.p.m).



Rys. 29. Mapa zróżnicowania przestrzennego kwantyla wysokości opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 2160$  min i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p = 99,5\%$ .

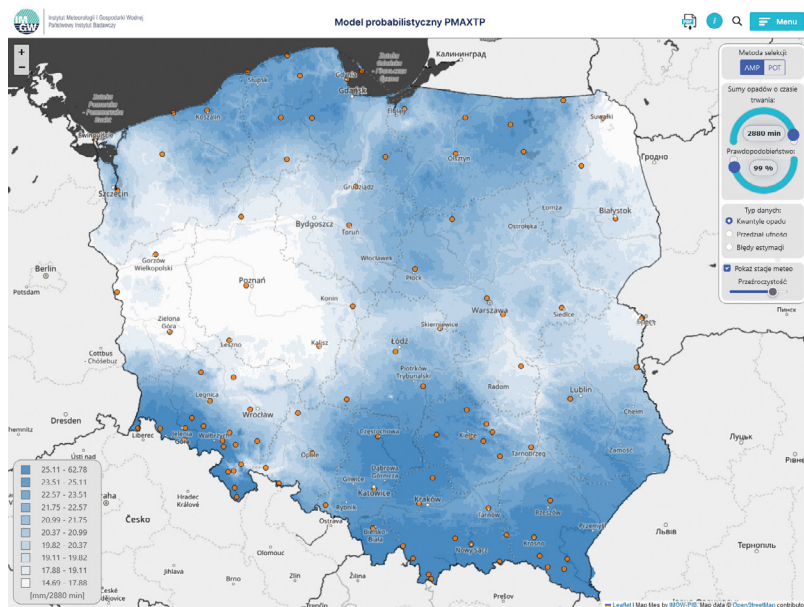


Rys. 30. Mapa zróżnicowania przestrzennego kwantyla wysokości opadów maksymalnych o czasie trwania  $t = 1440$  min i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p = 60\%$ .

## 5. PLATFORMA INFORMATYCZNA UDOSTĘPNIANIA CHARAKTERYSTYK OPADÓW MAKSYMALNYCH O OKREŚLONYM CZASIE TRWANIA I PRAWDOPODOBIEŃSTWIE PRZEWYŻSZENIA

### 5.1. Prezentacja wyników obliczeń – panel użytkownika aplikacji

W ramach projektu PMAXTP opracowano interaktywną aplikację (rys. 31) w postaci strony internetowej prezentującej charakterystyki opadów maksymalnych o określonym czasie trwania  $t$  i prawdopodobieństwie przewyższenia  $p$ .



Rys. 31. Ogólny widok interaktywnej aplikacji PMAXTP.

Aplikacja zawiera opracowane wyniki modelu PMAXTP w postaci interaktywnej mapy, z możliwością wyboru poszczególnych parametrów, takich jak:

- metoda selekcji ciągów maksymalnych opadów AMP/POT;
- suma opadów o czasie trwania  $t = 5, \dots, 4320$  min (16 czasów trwania);
- prawdopodobieństwo przewyższenia  $p = 99,9, \dots, 0,01\%$  (27 prawdopodobieństw).

Dodatkowo użytkownik może przełączyć zobrazowania przedstawiane na interaktywnej mapie pomiędzy:

- kwantylami opadu;
- górnymi granicami przedziałów ufności;
- błędami estymacji kwantyli.

Aplikacja umożliwia także prezentację dodatkowych elementów w postaci punktów pomiarowych, z których pochodzą dane w ramach opracowania (100 stacji pomiarowych) oraz ustawienie dotyczące przezroczystości prezentowanej na mapie warstwy. Wyniki w formie tabel prezentowane są w wybranym przez użytkownika punkcie na mapie (patrz pkt. 5.4).



Aby ułatwić użytkownikowi zapoznanie się ze sposobem działania aplikacji, zakresami zmienności poszczególnych przełączników oraz wstępnego wczytania warstwy prezentacyjnej na mapie, przyjęto następujące wartości domyślne dla parametrów:

- Metody selekcji ciągów maksymalnych opadów: AMP.
- Sumy opadów o czasie trwania: 2880 min.
- Prawdopodobieństwo przewyższenia: 99%.
- Typ prezentowanych danych: kwantyle opadu.
- Warstwa punktów pomiarowych: włączona.
- Przezroczystość warstwy (rastra): 80%.

Aplikacja umożliwia również dostęp do niniejszej monografii poprzez kliknięcie na ikonkę *pdf* oraz do słownika terminów użytych na stronie internetowej poprzez kliknięcie na ikonkę *i*.

## 5.2. Nawigacja

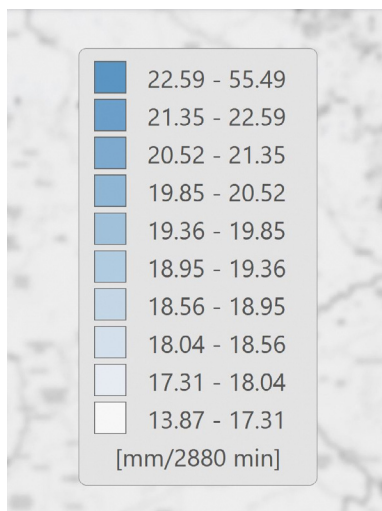
W ramach nawigacji w widoku mapy użytkownik ma możliwość:

- dowolnego przesuwania się na mapie (przesuwanie za pomocą myszy przy wciśniętym lewym klawisz);
- przybliżania/oddalania widoku mapy (za pomocą kółka myszy, przycisków lub „+/-”);
- ograniczenia widoku mapy do wybranego obszaru (za pomocą shift + zaznaczenie obszaru ekranu).

## 5.3. Legenda – dynamiczna skala barwna

W lewym dolnym rogu aplikacji umieszczona jest skala barwna przypisywana dynamicznie dla aktualnie prezentowanego rastra (rys. 32).

Wartości przedziałów na skali barwnej (opartej o decyle - patrz rozdział 4) są unikalne dla każdego z prezentowanych rastrów.



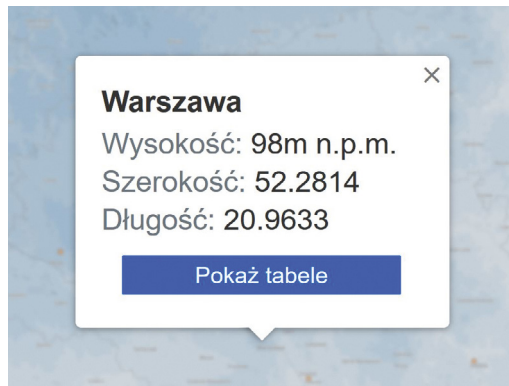
Rys. 32. Legenda – dynamiczna skala barwna wysokości opadów w czasie.

UWAGA: ze względu na dynamiczny charakter skali barwnej, istotne jest, aby podczas przeglądania wizualizacji rastrów na mapie zwracać uwagę na zmienność skali barwnej.

#### 5.4. Prezentacja wyników w dowolnym punkcie na mapie – tabele/wykres natężenia opadu

Klikając na dowolny punkt na interaktywnej mapie Polski, można uzyskać szczegółowe informacje dla danej lokalizacji.

W pierwszej kolejności na mapie pojawia się okienko (rys. 33) informujące o współrzędnych geograficznych wybranego punktu, ewentualnie o wysokości terenu  $h$  w m n.p.m. lub nazwie przypisanej do punktu pomiarowego.



Rys. 33. Okienko informacyjne na mapie.

Po kliknięciu przycisku „Pokaż tabele” pojawia się okno umożliwiające prezentację trzech zestawień (tabelarycznych i rysunkowych) wyników obliczeń:

- „Kwantyle opadu maksymalnego” (pierwsze zestawienie wyników);
- „Górna granica przedziału ufności” (drugie zestawienie wyników);
- „Błąd estymacji” (trzecie zestawienie wyników).

Dla przykładu, w pierwszym zestawieniu tabelarycznym wyników obliczeń (rys. 34) prezentowane są wartości kwantyli dla 16 czasów trwania opadu:  $t = 5, \dots, 4320$  min i 5 prawdopodobieństw przewyższenia:  $p = 99,9, \dots, 2\%$  (najczęściej używanych przy projektowaniu systemów odwadniających).

Poniżej zestawienia tabelarycznego kwantyli (rys. 34) znajduje się wykres natężenia opadu  $q$  w  $\text{dm}^3/(\text{s}\cdot\text{ha})$ , liczonego na podstawie danych o wysokości opadów i czasu ich trwania (rys. 35). Liniowy wykres (rys. 35) umożliwia podświetlanie/ukrywanie wybranych prawdopodobieństw oraz podgląd wartości w wybranym przez użytkownika zakresie czasowym przedstawionym na osi poziomej.

Na dole okna (rys. 35) umieszczone są przyciski umożliwiające zapisywanie tabelarycznych zestawień wyników obliczeń (1-3) do plików w formacie programu Excel:

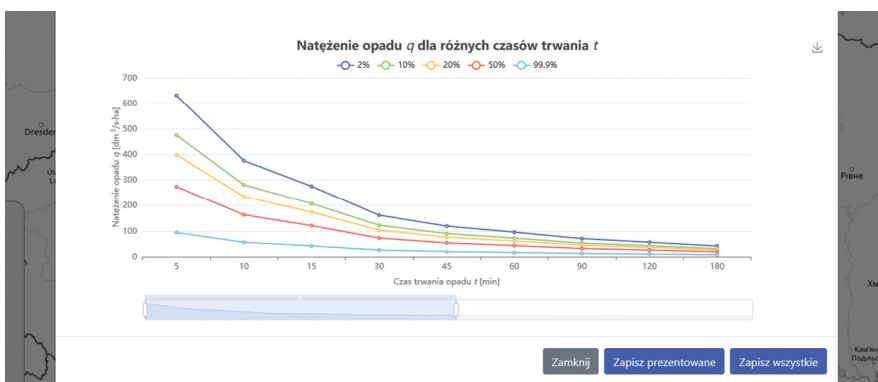
- „Zapisz prezentowane” – zapisuje aktualnie prezentowane zestawienia wyników obliczeń (1-3) dla wszystkich (16) czasów trwania opadu i wybranych (5) prawdopodobieństw.
- „Zapisz wszystkie” – zapisuje wszystkie dane dla 16 czasów trwania opadu i 27 prawdopodobieństw przewyższenia.

Warszawa metoda: AMP szerokość: 52.2814 długość: 20.9633 wysokość: 98m.n.p.m.

Kwantyle opadu maksymalnego Górna granica przedziału ufności Błąd estymacji

Czas trwania opadu t w minutach	Prawdopodobieństwo przewyższenia p				
	2%	10%	20%	50%	99.9%
5	18.95	14.29	11.96	8.22	2.83
10	22.55	16.87	14.11	9.83	3.37
15	24.81	18.72	15.71	10.92	3.8
30	29.21	22.14	18.68	13.08	4.66
45	32.27	24.36	20.6	14.48	5.34
60	34.47	26.06	22.15	15.63	5.89
90	38.08	28.72	24.46	17.31	6.76
120	40.64	30.8	26.09	18.64	7.44
180	44.98	34.08	28.85	20.7	8.54
360	53.04	40.65	34.34	24.67	10.7
720	62.84	48.09	40.78	29.44	13.58
1080	69.49	53.18	45.09	32.63	15.43
1440	74.67	57.1	48.41	35.09	16.36
2160	82.34	63.11	53.5	38.86	18.33
2880	88.47	67.76	57.42	41.76	19.08
4320	97.87	74.87	63.49	46.19	21.41

Rys. 34. Forma prezentacji wyników obliczeń kwantyli opadu maksymalnego.



Rys. 35. Wykres natężenia opadu  $q$  w  $\text{dm}^3/(\text{s}\cdot\text{ha})$ .

## 5.5. Wykorzystana technologia

W ramach budowania aplikacji wykorzystano następujące programy/biblioteki/komponenty:

- GNU R – program do obliczeń statystycznych, oraz wizualizacji danych.
- NodeJs (express), Nginx.
- HTML/CSS/JavaScript – w tym biblioteki: jQuery, Bootstrap, RoundSlider, eCharts, Leaflet.

## 6. PODSUMOWANIE

Nasilające się w ostatnich latach ocieplenie klimatu oraz towarzyszące mu ekstremalne zjawiska przyrodnicze, w tym opady nawalne i związane z nimi powodzie czy powodzie miejskie, powodują znaczne straty gospodarcze. Zmuszać to nas powinno do stałego doskonalenia zasad wymiarowania odwodnień terenów, zwłaszcza systemów melioracyjnych i kanalizacyjnych oraz obiektów im towarzyszących, jak np. zbiorniki retencyjne. Projektowanie tych systemów napotyka w Polsce na trudność wynikającą z braku ogólnodostępnej, wiarygodnej metody określania miarodajnego natężenia deszczu. Innowacyjne podejście, nowoczesna metodologia obliczania charakterystyk opadów maksymalnych prawdopodobnych oraz otwarty dostęp do wyników obliczeń, proponowane w projekcie PMACTP, pomagają zmniejszyć niepewność uzyskanych efektów realizacji projektów badawczo-rozwojowych i komercyjnych w zakresie inżynierii środowiska i gospodarki wodnej w Polsce. Nowe modele probabilistyczne, wykorzystujące najnowsze dane opadowe o wysokiej jakości – zweryfikowane dla poszczególnych stacji opadowych, równomiernie rozłożonych na obszarze całej Polski i jednocześnie reprezentatywnych dla lokalnych warunków meteorologicznych – pozwolą na bezpieczniejsze projektowanie i eksploatację urządzeń wodnych, w tym modelowanie hydrodynamiczne przeciążeń w działaniu sieci kanalizacyjnych wraz z obiektami służącymi odwodnieniu terenów zurbanizowanych, jak również innych systemów wodno-gospodarczych. Bardziej wiarygodne charakterystyki opadów to lepiej zaprojektowana i wykonana inwestycja wodna, która spowoduje bardziej niezawodne działanie i skuteczne oraz oszczędne wykorzystanie ubogich zasobów wodnych kraju.

Grupa docelowa odbiorców wyników projektu, poza ekspertami IMGW-PIB, jest duża. Wśród użytkowników rezultatów projektu można wyróżnić zarówno przedstawicieli odbiorców prywatnych, jak i odbiorców sektora publicznego. W ramach sektora prywatnego będą to przedsiębiorstwa zajmujące się projektowaniem i budową: obiektów drogowych (mosty i przepusty), obiektów melioracyjnych (systemy nawadniania i odwadniania), obiektów zaopatrzenia w wodę i utylizacji ścieków (wodociągi, oczyszczalnie), sieci i obiektów kanalizacji deszczowej i ogólnospławnej, obiektów rybołówstwa śródlądowego (stawy rybne), obiektów energetyki wodnej (małe hydroelektrownie), obiektów inżynierii lądowej (planowanie, projektowanie i wykonawstwo dużych przedsięwzięć komunalnych, przemysłowych i handlowych). W ramach sektora publicznego będą to jednostki rządowe zajmujące się zarządzaniem i administrowaniem zasobami wodnymi (Ministerstwo Klimatu i Środowiska, Ministerstwo Infrastruktury, Państwowe Gospodarstwo Wodne Wody Polskie, parki narodowe etc.), jednostki samorządu terytorialnego – podmioty zarządzania i administrowania instalacji odprowadzania wody (regionalnych izb melioracji), centra zarządzania kryzysowego na różnych poziomach administracji samorządowej, uniwersytety i politechniki (wydziały inżynierii lądowej, instalacji budowlanych, hydrotechniki i inżynierii środowiska, geografii i pokrewne).

Projekt dostępny jest na stronie internetowej Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej – Państwowego Instytutu Badawczego pod adresem <https://klimat.imgw.pl/opady-maksymalne>.

## BIBLIOGRAFIA

- Akaike H., 1974, A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19 (6), 716-722, DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705.
- Anderson R.L., 1941, Distribution of the serial correlation coefficient, *The Annals of Mathematical Statistics*, 8 (1), 1-13.
- Anderson T.W., Darling D.A., 1954, A test of goodness of fit, *Journal of the American Statistical Association*, 49 (268), 765-769, DOI: 10.1080/01621459.1954.10501232.
- Bailey D.H., Borwein J.M., Calkin N.J., Girgensohn R., Luke D.R., Moll V.H., 2007, *Experimental Mathematics in Action*, CRC Press, 322 s.
- Bogdanowicz E., Stachý J., 1998, Maksymalne opady deszczu w Polsce – charakterystyki projektowe, *Materiały Badawcze, Seria: Hydrologia i Oceanologia*, 23, IMGW-PIB, Warszawa.
- Bogdanowicz E., Stachý J., 2002, Maximum rainfall in Poland – a design approach, [w:] *Proceedings of symposium on The Extremes of the Extremes: Extraordinary Floods*, IAHS Publication no. 271, 15-18.
- Box G.E.P., 1953, Non-normality and tests on variances, *Biometrika*, 40 (3-4), 318-335, DOI: 10.1093/biomet/40.3-4.318.
- Bulletin 17B, 1982, Guidelines for Determining Flood Flow Frequency, *Bulletin 17B of the Hydrology Subcommittee, Interagency Advisory Committee on Water Data, US Department of the Interior, Geological Survey*, dostępne online [https://water.usgs.gov/osw/bulletin17b/dl\\_flow.pdf](https://water.usgs.gov/osw/bulletin17b/dl_flow.pdf).
- Burszta-Adamiak E., Licznar P., Zaleski J., 2019, Criteria for identifying maximum rainfalls determined by the peaks-over-threshold (POT) method under the Polish Atlas of Rainfalls Intensities (PANDa) project, *Meteorology Hydrology and Water Management*, 7 (1), 3-13, DOI: 10.26491/mhwm/93595.
- Chapra S., Canale R., 2006, *Numerical Methods for Engineers*, 5<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 960 s.
- Ciupak M., Ozga-Zieliński B., 2021, PMAxTP Program wer. 1.03 – Modele probabilistyczne opadów maksymalnych o określonym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia, IMGW-PIB, Białystok, program dostępny bezpłatnie u autorów [maurycy.ciupak@imgw.pl](mailto:maurycy.ciupak@imgw.pl) lub [bogdan.ozga-zielinski@imgw.pl](mailto:bogdan.ozga-zielinski@imgw.pl).
- Ciupak M., Ozga-Zieliński B., Tokarczyk T., Adamowski J., 2021, A probabilistic model for maximum rainfall frequency analysis, *Water*, 13 (19), DOI: 10.3390/w13192688.
- Christensen R., 2001, *Linear Models for Multivariate Time Series and Spatial Data*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer, New York, 398 s.
- Cressie N., 1993, *Statistics for Spatial Data*, revised edition, Wiley, New York, 900 s.
- Dahmen E.R., Hall M.J., 1990, Screening of hydrological data: Tests for stationarity and relative consistency, *International Institute for Land Reclamation and Improvement Publication*, 49.
- Genest C., Rémillard B., Beaudoin D., 2009, Goodness-of-fit tests for copulas: A review and power study, *Insurance: Mathematics and Economics*, 44 (2), 199-213, DOI: 10.1016/j.insmatheco.2007.10.005.
- Grubbs F.E., Beck G., 1972, Extension of sample size and percentage points for significance tests of outlying observations, *Technometrics*, 14 (4), 847-854, DOI: 10.2307/1267134.
- Gupta R.D., Kundu D., 2001, Exponentiated exponential family; an alternative to gamma and Weibull, *Biometrical Journal*, 43 (1), 117-130, DOI: 10.1002/1521-4036(200102)43:1<117::AID-BIMJ117>3.0.CO;2-R.
- Hengl T., Heuvelink G., Rossiter D., 2007, About regression-kriging: from equations to case studies, *Computers and Geosciences*, 33 (10), 1301-1315, DOI: 10.1016/j.cageo.2007.05.001.
- Hogg R.V., Craig A.T., 1978, *Introduction to Mathematical Statistics*, Macmillan Publishing Co., New York.
- Kotowski A., Kaźmierczak B., Danciewicz A., 2010, Modelowanie opadów do wymiarowania kanalizacji, *Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, Warszawa*.
- Kozioł J.A., 1996, A weighted Kuiper statistic for goodness of fit, *Statistica Neerlandica*, 50 (3), 394-403, DOI: 10.1111/j.1467-9574.1996.tb01505.x.
- Liao M., Shimokawa T., 1999, A new goodness-of-fit test for type-I extreme value and 2-parameter Weibull distributions with estimated parameters, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 64 (1), 23-48, DOI: 10.1080/00949659908811965.
- Neyman J., 1949, Contributions to the theory of the  $\chi^2$  test, [w:] *Proceedings of the First Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, J. Neyman (red.), University of California Press, Berkeley, 239-273.

- Nguyen T-H., Outayek S.E., Lim S.H., Nguyen V.-T.-V., 2017, A systematic approach to selecting the best probability models for annual maximum rainfalls – A case study using data in Ontario (Canada), *Journal of Hydrology*, 553, 49-58, DOI: 10.1016/j.jhydrol.2017.07.052.
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J., Ozga-Zieliński B., 1999, Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia przy projektowaniu obiektów budownictwa hydrotechnicznego. Długie ciągi pomiarowe przepływów, *Materiały Badawcze IMGW. Seria: Hydrologia i Oceanologia*, 27.
- Ozga-Zielińska M., Ozga-Zieliński B., Brzeziński J., 2005, Guidelines for Flood Frequency Analysis – Long Measurement Series of River Discharge, Institute of Meteorology and Water Management, Warsaw, 1-44, WMO HOMS Component I81.3.01.
- Ozga-Zieliński B., 1999, Metody analizy niejednorodności ciągów pomiarowych zjawisk hydrologicznych, *Wiadomości Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej*, 2.
- PANDa, 2017, Raport Końcowy Etapu I Projektu nt. „Opracowanie i wdrożenie Polskiego Atlasu Natężeń Deszczów (PANDa)”, IMGW-PIB, Warszawa.
- PANDa, 2017-2018, Raport Dotyczący Zakończenia Etapu II Projektu PANDa, IMGW-PIB, Warszawa.
- Pilon P.J., Condie R., Harvey K.D., 1985, Consolidated Frequency Analysis Package CFA User Manual for Version 1 – DEC PRO SERIES, Water Resources Branch, Inland Waters Directorate Environment Canada, Ottawa.
- Pratt I.W., Gibbons I.D., 1981, Concepts of Nonparametric Theory, Springer-Verlag, New York, 462 s., DOI: 10.1007/978-1-4612-5931-2.
- R Core Team, 2022, R: A language and environment for statistical computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, dostępne online <https://www.R-project.org/>.
- Sneyers R., 1990, On the statistical analysis of series of observations, TN No. 143, WMO, No. 415.
- Spearman C., 1904, The proof and measurement of association between two things, *The American Journal of psychology*, 15 (1), 72-101, DOI: 10.2307/1412159.
- Szymanowski M., Kryza M., 2008, GIS application for the spatial interpolation of the urban heat island in Wrocław, Poland, [w:] *Klimat i bioklimat miast*, K. Kłysik, J. Wibig, K. Fortuniak (red.), Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, 21-34.
- Ustrnul Z., Czekierda D., 2003, Zróżnicowanie przestrzenne warunków termicznych powietrza Polski z wykorzystaniem GIS, IMGW, Warszawa, 83 s.
- Willemsse W.J., Kaas R., 2007, Rational reconstruction of frailty-based mortality models by a generalisation of Gompertz' law of mortality, *Insurance: Mathematics and Economics*, 40 (3), 468, DOI: 10.1016/j.insmathco.2006.07.003.
- Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia. Długie ciągi pomiarowe przepływów, 2001, IMGW, Warszawa.

